ЛУГАНСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ КУЛЬТУРЫ И ИСКУССТВ ИМ.М. МАТУСОВСКОГО

ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ «ДОКУМЕНТАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УПРАВЛЕНИЯ И АРХИВОВЕДЕНИЯ»

образовательно-квалификационного уровня «Специалист среднего звена» всех форм обучения

1. Цели и задачи самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов является необходимым компонентом процесса обучения и может быть определена как творческая деятельность студентов, направленная на приобретение ими новых знаний и навыков.

Цель самостоятельной работы студентов – систематическое изучение дисциплин в течение семестра, закрепление и углубление полученных знаний и навыков, подготовка к предстоящим занятиям, а также формирование культуры умственного труда и самостоятельности в поиске и приобретении новых знаний и умений, и, в том числе, формирование компетенций.

Основная тенденция инноваций в области образования определяется как переход от «научения к изучению»

Самостоятельная работа студентов способствует развитию ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального (в том числе научного) уровня.

Процесс организации самостоятельной работы студентов включает в себя следующие *этапы*.

1. Подготовительный этап включает определение целей, задач, составление программы (плана) с указанием видов работы, её сроков, результатов и форм контроля, подготовку методического обеспечения, согласование самостоятельной работы с преподавателем.

2. Основной этап состоит в реализации программы (плана) самостоятельной работы, использовании приемов поиска информации, усвоении, переработке, применении и передаче знаний, фиксировании результатов работы. На основном этапе студент может получить консультации и рекомендации у преподавателя, руководящего его самостоятельной работой.

3. Заключительный этап означает анализ результатов и их систематизацию, оценку продуктивности и эффективности проделанной работы, формулирование выводов о дальнейших направлениях работы.

2. Содержание самостоятельной работы студентов

Содержание самостоятельной работы носит двусторонний характер:

- с одной стороны это способ деятельности студентов во всех организационных формах учебных занятий и во внеаудиторное время, когда они самостоятельно изучают материал, определенный содержанием рабочей программы по учебной дисциплине;
- с другой стороны – это вся совокупность учебных заданий, которые должен выполнить студент во время обучения: например, написать реферат, выполнить расчетно-графическую, контрольную, подготовиться к лабораторной работе т.п.

Кроме того, в современных условиях самостоятельная работа рассматривается как работа студента под руководством преподавателя для получения новых знаний. Обучая студента самостоятельно работать (научить учиться) преподаватель формирует у будущего специалиста умение учиться на протяжении всей его профессиональной деятельности. С позиции обеспечения качества подготовки специалиста это важнейший момент, так как постоянно возрастающий объем информации приводит к тому, что устаревание знаний специалиста – так называемый период полураспада компетентности (период снижения компетентности на 50 %) происходит очень быстро. Как отмечают исследователи, по многим специальностям этот период менее 5 лет.

Поэтому специалист вынужден на протяжении всей жизни прилагать усилия для поддержания необходимого уровня компетентности, т.е. самостоятельно работать над получением новых знаний.

Самостоятельная работа перестанет быть формальным звеном учебного процесса только в том случае, если она будет осознаваться студентом как необходимый элемент собственного развития.

3. Виды самостоятельной работы студентов

Основными видами самостоятельной учебной деятельности студентов учебного заведения являются:

1) предварительная подготовка к аудиторным занятиям, в том числе и к тем, на которых будет изучаться новый, незнакомый материал. Такая подготовка предполагает изучение учебной программы, установление связи с ранее полученными знаниями, выделение наиболее значимых и актуальных проблем, на изучении которых следует обратить особое внимание и др.;

2) самостоятельная работа при прослушивании лекций, осмысление учебной информации, сообщаемой преподавателем, ее обобщение и краткая запись, а также своевременная доработка конспектов лекций;

3) подбор, изучение, анализ и при необходимости – конспектирование рекомендованных источников по учебным дисциплинам;

4) выяснение наиболее сложных, непонятных вопросов и их уточнение во время консультаций;

5) подготовка к контрольным занятиям, зачетам и экзаменам;

6) выполнение специальных учебных заданий, предусмотренных учебной программой;

7) написание рефератов, контрольных работ и их защита;

8) выполнение собственных научных исследований, участие в научных исследованиях, проводимых в масштабе кафедры, учебного заведения в целом;

9) производственная практика по приобретаемой специальности;

10) систематическое изучение периодической печати, научных монографий, поиск и анализ дополнительной информации по учебным дисциплинам.

Традиционно по своему характеру все многообразие учебной деятельности студентов объединяют в три группы.

1. Репродуктивная учебная деятельность:

- самостоятельное прочтение, просмотр, конспектирование учебной литературы,
- прослушивание лекций, заучивание, пересказ, запоминание, повторение учебного материала и др.

2. Познавательно-поисковая учебная деятельность:

- подготовка сообщений, докладов, выступлений на семинарских занятиях,
- подбор литературы по учебной проблеме,
- написание контрольной, курсовой работы и др.

3. Творческая учебная деятельность:

- написание рефератов,
- написание научных статей,
- участие в научно-исследовательской работе в составе творческого коллектива,
- подготовка дипломной (выпускной квалификационной) работы,
- выполнение специальных творческих заданий и др.

Указанные виды самостоятельной работы осуществляются всеми студентами, независимо от специальности.

Все виды самостоятельной работы по дисциплине могут быть разделены на основные и дополнительные. Основные виды самостоятельной работы выполняются в обязательном порядке с последующим контролем результатов преподавателем, который проводит семинарские занятия в студенческой группе. Дополнительные виды самостоятельной работы выполняются по выбору студента и сопровождаются контролем результатов преподавателем, который является научным руководителем студента. Дополнительные виды самостоятельной работы по дисциплине рекомендуются тем студентам, которые наиболее заинтересованы в изучении.

К *основным (обязательным) видам* самостоятельной работы студентов при изучении дисциплины относится:

а) самостоятельное изучение теоретического материала,

б) решение задач к занятиям,

в) выполнение письменных заданий к занятиям,

Дополнительными видами самостоятельной работы являются:

а) подготовка докладов и сообщений для выступления;

Данные виды самостоятельной работы не являются обязательными при изучении дисциплины и выполняются студентами по собственной инициативе с предварительным согласованием с преподавателем.

Ниже приведены примерные рекомендуемые тематики самостоятельной работы студентов.

4. Тематика самостоятельных работ

<u>Содержательный модуль 1.</u> Множества и комплексные числа.

Тема 1.1. Множества.

Понятие множества как первоначального понятия математики. Способы представления множества. Пустое и универсальное множества. Операции над множествами. Числовые множества.

Тема 1.2. Комплексные числа и действия над ними.

Необходимость расширения понятия действительного числа. Комплексные числа. Понятие комплексного числа и его геометрическое изображение. Действия с комплексными числами в алгебраической форме. Модуль, аргумент и тригонометрическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме.

<u>Содержательный модуль 2</u>. Линейная и векторная алгебра.

Тема 2.1. Матрицы. Действия над матрицами. Определители и их свойства.

Матрицы. Основные определения. Действия над матрицами. Определитель матрицы. Определители второго и третьего порядков и их свойства. Минор и алгебраическое дополнение элементов определителя. Обратная матрица. Ранг матрицы, его нахождения.

Тема 2.2. Системы линейных алгебраических уравнений и методы их решения.

Определение системы линейных алгебраических уравнений. Основные определения. Матричный метод решения систем линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Эквивалентные преобразования. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

Тема 2.3. Векторы и действия над ними.

Понятие вектора. Декартова и полярная системы координат и связь между ними. Расстояние между точками и ее основные свойства. Деление отрезка в заданном отношении. Векторы в системе координат и операции над ними. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов, определение, свойства. Угол между векторами. Базис на плоскости и в пространстве. Расписание вектора по базису.

<u>Содержательный модуль 3. Элементы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве.</u>

Тема 3.1. Линии на плоскости. Прямая линия на координатной плоскости.

Понятие о линии, ее уравнение. Различные виды уравнений прямой на плоскости.

Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой.

Тема 3.2. Плоскость и прямая в координатном пространстве. Уравнение прямой в пространстве. Уравнения плоскости. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.

Общее уравнение плоскости в трехмерном пространстве. Различные виды уравнений плоскости. Отклонение и расстояние от точки до плоскости. Угол между плоскостями. Прямая в координатном пространстве. Различные виды уравнений прямой в пространстве. Углы между прямыми и между прямой и плоскостью в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых и плоскостей в пространстве.

Тема 3.3. Кривые второго порядка. Круг и его уравнения. Эллипс и его уравнения. Гипербола и ее уравнение. Парабола и ее уравнения.

Понятие кривой второго порядка. Канонические уравнения окружности, эллипса, гиперболы и параболы, исследование их формы и свойств. Общее уравнение кривой второго порядка, его сведение к каноническому виду.

<u>Содержательный модуль 4.</u> Элементы математического анализа.

Тема 4.1. Функция. Граница и непрерывность функций. Основные свойства границ. Предел функции. Замечательные пределы.

Понятие функции, классификация функций. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Способы задания функций. Определение предела в точке. Первый и второй замечательные пределы. Определение непрерывной функции, точки разрыва и их классификация.

Тема 4.2. Производная, ее смысл и вычисление. Производные высших порядков. Дифференциал функции одной переменной. Правила вычисления дифференциалов. Применение дифференциалов к приближенным вычислениям.

Понятие производной, ее геометрический и механический смысл. Правила и формулы дифференцирования. Производная сложной функции. логарифмическое дифференцирование. Таблица производных. Производные высших порядков. Определение дифференциала функции. Геометрический смысл дифференциала. Основные свойства дифференциала. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.

Тема 4.3. Исследование функций с помощью дифференциального исчисления.

Условия монотонности функции. Необходимые, достаточные условия экстремума. Условия выпуклости, вогнутости, перегиба функции. Асимптоты. Построение графиков функций. Схема полного исследования и построения графика функции.

Тема 4.4. Первообразнаяя. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица интегралов. Основные методы интегрирования.

Понятие первообразной и неопределенного интеграла, его простейшие свойства. Таблица основных интегралов. Основные методы интегрирования. Метод непосредственного интегрирования. Метод подстановки (замены переменной). Метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функций.

Тема 4.5. Определенный интеграл. Методы вычисления определенных интегралов. Применение интегралов.

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Понятие интегральной суммы и определенного интеграла. Простейшие свойства определенного интеграла и его связь с определенным интегралом. Формула Ньютона-Лейбница. Основные формулы вычисления определенных интегралов. Решение геометрических задач с помощью определенного интеграла.

Тема 4.6. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Понятие дифференциального уравнения. Теорема Коши о существовании и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка. Основные типы уравнений первого порядка. Дифференциальные уравнения разделяющимися переменными. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.

5. Задания для самостоятельного выполнения.

Вариант №1

Задача №1. Даны координаты вершин треугольника ABC:

$$A(-8;-3);\ B(4;-12);\ C(8;10).$$

Необходимо найти:

1. длину стороны AB;
2. уравнение сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
3. угол ψ между прямыми AB и BC в радианах;
4. уравнение высоты CD и ее длину;
5. уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD;
6. уравнение прямой L, которая проходит через точку K параллельно к стороне AB;
7. координаты точки $F(x_F, y_F)$, которая находится симметрично точке A относительно прямой CD.

Задача №2. Дано: точка $A(2;5)$ и прямая $y=1$. Необходимо составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от заданной токи $A(x_A, y_A)$ и прямой $y=d$. Полученное уравнение привести к простейшему виду и построить график кривой.

Задача №3. Заданы две системы линейных уравнений. Решить первую систему методом Крамера. Полученный при решении первой системы результат проверить с помощью метода обратной матрицы. Вторую систему решить с помощью метода Гаусса.

1. $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 1x_3 = 11, \\ 4x_1 - 1x_2 + 4x_3 = -10, \\ 1x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 9 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 1x_1 + 2x_2 - 1x_3 = 1, \\ 3x_1 + 5x_2 - 1x_3 = 1, \\ 4x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 2 \end{cases}$

Задача №4. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(2;-3;1),\ B(6;1;-1),\ C(4;8;-9),\ D(2;-1;2).$$

Необходимо:

1. Записать векторы $\overline{AB}, \overline{AC}$, $\overline{AD}$ в ортонормальной системе $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ и найти модули этих векторов.
2. Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.
3. Найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.
4. Вычислить площадь грани ABC.
5. Найти объем пирамиды $ABCD$.

Задача №5. Даны координаты четырех точек:

$$A(-3;-2;-4),\ B(-4;2;-7),\ C(5;0;3),\ M(-1;3;0).$$

Необходимо:

1. Составить уравнение плоскости Q, которая проходит через точки A, B и C.
2. Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку M перпендикулярно к плоскости Q.
3. Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q и с координатными плоскостями XOY XOZ YOZ.
4. Найти расстояние от точки M до плоскости Q.

Задача №6. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-2x^2+3}{4x^2+3x+2}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+2}{3x^2+2x-1}$; 3) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-3x-2}{x^2+3x+10}$;

4) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^2+8x+5}{3x^2+9x+6}$; 5) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sqrt{x+4}-1}{x^2-9}$; 6) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{x^2}$; 8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{tg 2x}$; 9) $\lim\limits_{x\to 0}(1+4x)^{\frac{2}{x}}$.

10) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x-1}{x+3}\right)^{x+2}$;

Задача №7. Заданную функцию $y=f(x)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

1) $f(x)=4^{\frac{1}{2-x}}$

2) $f(x)=\begin{cases} x^2, & \text{ÿêùî} \quad x<0 \\ \mathrm{tg}\,\dfrac{x}{2}, & \text{ÿêùî} \quad 0\le x\le \dfrac{\pi}{2} \\ 1, & \text{ÿêùî} \quad x>\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$

Задача №8. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y=\dfrac{2\left(3x^3+4x^2-x-2\right)}{15\sqrt{x+1}}$;

2) $y=x-\ln\left(2+e^x+2\sqrt{e^{2x}+e^x+1}\right)$;

3) $y=\sin\sqrt{3}+\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{\sin^2 3x}{\cos 6x}$;

4) $y=\mathrm{arctg}\left(\dfrac{\mathrm{tg}\,x-\mathrm{ctg}\,x}{\sqrt{2}}\right)$.

Задача №9. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y=(\mathrm{arctg}\,x)^{(1/2)\ln(\mathrm{arctg}\,x)}$;

2) $y=x\cdot e^y$;

3) $\begin{cases} x=\dfrac{3t^2+1}{3t^3}, \\ y=\sin\left(\dfrac{t^3}{3}+t\right) \end{cases}$

Задача №10. Дана функция $y=f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2. Необходимо найти приближенное значение данной функции при $x=x_2$, используя ее значение при $x=x_1$ и заменяя прирост Δy функции $y=f(x)$ соответствующим дифференциалом dy:

1) $y=\sqrt[3]{3x^2+8x-16}$; $x_1=4$; $x_2=3{,}94$;   2) $y=\cos(x)$; $x_1=60^\circ$; $x_2=63^\circ$.

Задача №11. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

1) $y=\dfrac{x^3+4}{x^2}$;

2) $y=\dfrac{e^{2x}}{2x}$;

3) $y=x^3-3x^2+3$.

Задача №12. Используя методы дифференциального вычисления, решить следующие физические задачи:

1. При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\frac{t}{t+k}\right)$-ю часть курса и забывает $(\alpha \cdot t)$-ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что $k = 3$ $\alpha = 1/48$.

2. Тело массой $m_0 = 3000\,\hat{e}\tilde{a}$ падает с высоты H метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k = 100\,\hat{e}\tilde{a}/\tilde{n}$. Считая, что начальная скорость $V_0 = 0$, ускорение $g = 10\,\grave{\imath}\;/\tilde{n}$, найти наибольшую кинетическую энергию тела. Решить задачу при условии, что $H = 1805\,\grave{\imath}$.

Вариант №2

Задача №1. Даны координаты вершин треугольника ABC:

$$A(-5;-7);\ B(7;-2);\ C(11;20).$$

Необходимо найти:

1. длину стороны AB;
2. уравнение сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
3. угол ψ между прямыми AB и BC в радианах;
4. уравнение высоты CD и ее длину;
5. уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD;
6. уравнение прямой L, которая проходит через точку K параллельно к стороне AB;
7. координаты точки $F(x_F, y_F)$, которая находится симметрично точке A относительно прямой CD.

Задача №2. Дано: точка $A(-4;3)$ и прямая $y=-1$. Необходимо составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от заданной токи $A(x_A, y_A)$ и прямой $y=d$. Полученное уравнение привести к простейшему виду и построить график кривой.

Задача №3. Заданы две системы линейных уравнений. Решить первую систему методом Крамера. Полученный при решении первой системы результат проверить с помощью метода обратной матрицы. Вторую систему решить с помощью метода Гаусса.

1. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 10, \\ 1x_1 - 2x_2 + 1x_3 = 7, \\ 3x_1 + 2x_2 - 1x_3 = 1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 1x_3 = 1, \\ 3x_1 - 1x_2 + 1x_3 = 2, \\ 5x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$

Задача №4. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(5;-1;-4),\ B(9;3;-6),\ C(7;10;-14),\ D(5;1;-3).$$

Необходимо:

1. Записать векторы $\overline{AB}, \overline{AC}$, $\overline{AD}$ в ортонормальной системе $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ и найти модули этих векторов.
2. Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.
3. Найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.
4. Вычислить площадь грани ABC.
5. Найти объем пирамиды $ABCD$.

Задача №5. Даны координаты четырех точек:

$$A(-3;-2;-4),\ B(-4;2;-7),\ C(5;0;3),\ M(-1;3;0).$$

Необходимо:

1. Составить уравнение плоскости Q, которая проходит через точки A, B и C.
2. Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку M перпендикулярно к плоскости Q.
3. Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q и с координатными плоскостями XOY, XOZ, YOZ.
4. Найти расстояние от точки M до плоскости Q.

Задача №6. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+3x+2}{x^4-2x^2+x}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^4+2x+1}{5x^4+3x+2}$; 3) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{3x^2+2x-1}{x^2+3x+2}$;

4) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2+2x-8}{2x^2-7x+6}$; 5) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-2x}{\sqrt{2x+5}-3}$; 6) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x^2}$;

7) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 2x}$ 8) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x\cdot\operatorname{tg} x}{1-\cos 2x}$; 9) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{5}{x}\right)^{3x}$.

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^{x}$.

Задача №7. Заданную функцию $y = f(x)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

1) $f(x) = e^{-\frac{1}{x+2}}$

2) $f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{ÿêùî} \quad x<0 \\ \sqrt{x}, & \text{ÿêùî} \quad 0 \le x \le 4 \\ 6-x, & \text{ÿêùî} \quad x>4 \end{cases}$

Задача №8. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y = \dfrac{(2x^2-1)\sqrt{x^2+1}}{3x^3}$;

2) $y = e^{2x} \cdot \dfrac{(2-\sin 2x - \cos 2x)}{8}$;

3) $y = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$;

4) $y = \arcsin\left(\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{5x}}\right)$.

Задача №9. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y = \left(\sin\sqrt{x}\right)^{\ln\left(\sin\sqrt{x}\right)}$;

2) $y = \cos\left(x^2 + y\right)$;

3) $\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2}, \\ y = tg\sqrt{1+t} \end{cases}$

Задача №10. Дана функция $y = f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2. Необходимо найти приближенное значение данной функции при $x = x_2$, используя ее значение при $x = x_1$ и заменяя приращение Δy функции $y = f(x)$ соответствующим дифференциалом dy:

1) $y = \sqrt{5x^2+4x-1}$; $x_1 = 5$; $x_2 = 5{,}08$;

2) $y = \mathrm{tg}(x)$; $x_1 = 45^\circ$; $x_2 = 46^\circ$.

Задача №11. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

1) $y = \dfrac{x^2-x+1}{x-1}$;

2) $y = x^3 e^{-3x}$;

3) $y = 1 + 3x + x^2 - \dfrac{x^3}{3}$.

Задача №12. Используя методы дифференциального исчисления, решить следующие физические задачи:

1. При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\dfrac{t}{t+k}\right)$-ю часть курса и забывает $(\alpha \cdot t)$-ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что
$k = 1/2$ $\alpha = 2/81$.

2. Тело массой $m_0 = 3000$ êã падает из высоты H метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности
$k = 100$ êã/ñ. Считая, что начальная скорость $V_0 = 0$, ускорение $g = 10$ ì /ñ, найти наибольшую кинетическую энергию тела. Решить задачу при условии, что
$H = 605$ ì .

Вариант №3

Задача №1. Даны координаты вершин треугольника ABC:

$$A(-12;-1);\ B(0;-10);\ C(4;12).$$

Необходимо найти:

1. длину стороны AB;
2. уравнение сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
3. угол ψ между прямыми AB и BC в радианах;
4. уравнение высоты CD и ее длину;
5. уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD;
6. уравнение прямой L, которая проходит через точку K параллельно к стороне AB;
7. координаты точки $F(x_F, y_F)$, которая находится симметрично точке A относительно прямой CD.

Задача №2. Дано: точка $A(3;-4)$ и прямая $y=2$. Необходимо составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от заданной токи $A(x_A, y_A)$ и прямой $y=d$. Полученное уравнение привести к простейшему виду и построить график кривой.

Задача №3. Заданы две системы линейных уравнений. Развязать первую систему методом Крамера. Получено при решении первой системы результат проверить с помощью метода обратной матрицы. Вторую систему развязать с помощью метода Гаусса.

1. $\begin{cases} 1x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 1x_2 + 2x_3 = -1, \\ 1x_1 + 3x_2 - 1x_3 = -2 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 1x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 1x_1 + 2x_2 - 1x_3 = -1, \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

Задача №4. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(1;-4;0),\ B(5;0;-2),\ C(3;7;-10),\ D(1;-2;1).$$

Необходимо:

1. Записать векторы $\overline{AB}, \overline{AC}$, $\overline{AD}$ в ортонормальной системе $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ и найти модули этих векторов.
2. Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.
3. Найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.
4. Вычислить площадь грани ABC.
5. Найти объем пирамиды $ABCD$.

Задача №5. Даны координаты четырех точек:

$$A(5;4;1),\ B(-1;-2;-2),\ C(3;-2;2),\ M(-5;5;4).$$

Необходимо:

1. Составить уравнение плоскости Q, которая проходит через точки A, B и C.
2. Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку M перпендикулярно к плоскости Q.
3. Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q и с координатными плоскостями XOY, XOZ, YOZ.
4. Найти расстояние от точки M до плоскости Q.

Задача №6. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-4x+1}{x-2x^2+3}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2+x+2}{2x^2+1}$; 3) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^3+8}{3x^2+8x+4}$;

4) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{x^2-7x+10}{x^2-25}$; 5) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{3x+1}-2}{x^2-1}$; 6) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{x-3}-1}{\sqrt{x+5}-3}$;

7) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{9x^2}{1-\cos 6x}$ 8) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x\cdot\sin 3x}{1-\cos 4x}$; 9) $\lim\limits_{x\to0}(1+\sin 2x)^{\frac{3}{\sin 2x}}$.

10) $\lim\limits_{x\to3}(4-x)^{\frac{2}{3-x}}$.

Задача №7. Заданную функцию $y = f\left(x\right)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

1) $f\left(x\right) = 6^{\frac{1}{4-x}}$ 2) $f\left(x\right) = \begin{cases} \cos x, & \text{ÿêùî} \quad x \le 0 \\ 2^x, & \text{ÿêùî} \quad 0 < x \le 2 \\ 4, & \text{ÿêùî} \quad x > 2 \end{cases}$

Задача №8. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y = \dfrac{x^4 - 8x^2}{2\left(x^2 - 4\right)}$; 2) $\dfrac{1}{2}\operatorname{arctg}\dfrac{e^x - 3}{2}$;

3) $y = 2\sqrt{x} - 4\ln\left(2 + \sqrt{x}\right)$; 4) $y = \operatorname{tg}\left(\lg\dfrac{1}{3}\right) + \dfrac{1}{4}\dfrac{\sin^2 4x}{\cos 8x}$.

Задача №9. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y = \left(\sin x\right)^{5x^2}$; 2) $\sqrt{y} + e^{x\cdot\sqrt{y}} - 5 = 0$; 3) $\begin{cases} x = \sqrt{2t - t^2}, \\ y = \dfrac{1}{\sqrt[3]{\left(t-1\right)^2}} \end{cases}$

Задача №10. Дана функция $y = f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2. Необходимо найти приближенное значение данной функции при $x = x_2$, используя ее значение при $x = x_1$ и заменяя приращение Δy функции $y = f(x)$ соответствующим дифференциалом dy:

1) $y = \sqrt[5]{x^2 - 2x + 8}$; $x_1 = 6$; $x_2 = 5{,}84$; 2) $y = \sin(x)$; $x_1 = 30^\circ$; $x_2 = 32^\circ$.

Задача №11. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

1) $y = \dfrac{2}{x^2 + 2x}$; 2) $y = \dfrac{e^x}{x}$; 3) $y = 2 + \dfrac{3}{2}x^2 - \dfrac{x^3}{3}$.

Задача №12. Используя методы дифференциального исчисления, решить следующие физические задачи:

1. При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\dfrac{t}{t+k}\right)$-ю часть курса и забывает $(\alpha \cdot t)$-ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что $k = 1/2$ $\alpha = 2/121$.

2. Тело массой $m_0 = 3000$ *êã* падает из высоты H метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k = 100$ *êã*/*ñ*. Считая, что начальная скорость $V_0 = 0$, ускорение $g = 10$ *ì* /*ñ*, найти наибольшую кинетическую энергию тела. Решить задачу при условии, что $H = 720$ *ì* .

Вариант №4

Задача №1. Даны координаты вершин треугольника ABC:

$$A(-10;9);\ B(2;0);\ C(6;22).$$

Необходимо найти:

1. длину стороны AB;
2. уравнение сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
3. угол ψ между прямыми AB и BC в радианах;
4. уравнение высоты CD и ее длину;
5. уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD;
6. уравнение прямой L, которая проходит через точку K параллельно к стороне AB;
7. координаты точки $F(x_F, y_F)$, которая находится симметрично точке A относительно прямой CD.

Задача №2. Дано: точка $A(-2;-3)$ и прямая $y=-1$. Необходимо составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от заданной токи $A(x_A, y_A)$ и прямой $y=d$. Полученное уравнение привести к простейшему виду и построить график кривой.

Задача №3. Заданы две системы линейных уравнений. Решить первую систему методом Крамера. Полученный при решении первой системы результат проверить с помощью метода обратной матрицы. Вторую систему решить с помощью метода Гаусса.

1. $\begin{cases} 4x_1 - 1x_2 + 1x_3 = 26, \\ 1x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -6, \\ 2x_1 - 1x_2 + 2x_3 = 24 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 1x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 1x_2 + 1x_3 = 1, \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 8 \end{cases}$

Задача №4. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(-3;-6;2),\ B(1;-2;0),\ C(-1;5;-8),\ D(-3;-4;3).$$

Необходимо:

1. Записать векторы $\overline{AB}, \overline{AC}$, $\overline{AD}$ в ортонормальной системе $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ и найти модули этих векторов.
2. Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.
3. Найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.
4. Вычислить площадь грани ABC.
5. Найти объем пирамиды $ABCD$.

Задача №5. Даны координаты четырех точек:

$$A(3;6;-2),\ B(0;2;-3),\ C(1;-2;0),\ M(-7;6;6).$$

Необходимо:

1. Составить уравнение плоскости Q, которая проходит через точки A, B и C.
2. Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку M перпендикулярно к плоскости Q.
3. Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q и с координатными плоскостями XOY, XOZ, YOZ.
4. Найти расстояние от точки M до плоскости Q.

Задача №6. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^5+2x^3-3x}{2x^3-3x^2+5}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+x+1}{5x^2+3x+4}$; 3) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2+5x-24}{2x^2-5x-3}$;

4) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-1}{x^2+3x+2}$; 5) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x+11}-3}{x^2-4}$; 6) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{1+2x}-3}{x-4}$;

7) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos^2 3x}{2x^2}$ 8) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x\cdot\sin 3x}{1-\cos 4x}$; 9) $\lim\limits_{x\to0}(1+\sin 2x)^{\frac{3}{\sin 2x}}$.

10) $\lim\limits_{x\to1}(2-x)^{\frac{2x}{1-x}}$.

Задача №7. Заданную функцию $y=f(x)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

1) $f(x)=\dfrac{1}{1+2^{\frac{1}{x}}}$

2) $f(x)=\begin{cases} -x^2+2, & \text{åñëè} \quad x\le 0 \\ \dfrac{1}{x}, & \text{åñëè} \quad 0<x\le 2 \\ \dfrac{x}{4}, & \text{åñëè} \quad x>2 \end{cases}$

Задача №8. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y=\dfrac{2x^2-x-1}{3\sqrt{4x+2}}$; 2) $y=\dfrac{1}{\ln 4}\ln\dfrac{1+2^x}{1-2^x}$;

3) $y=\operatorname{ctg}\sqrt{5}-\dfrac{1}{8}\dfrac{\cos^2 4x}{\sin 8x}$; 4) $y=\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$.

Задача №9. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y=(\arcsin x)^{e^x}$; 2) $y^2=x\cdot\sin y$; 3) $\begin{cases} x=\sin^2 t, \\ y=\dfrac{1}{\cos^2 t} \end{cases}$

Задача №10. Дана функция $y=f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2. Необходимо найти приближенное значение данной функции при $x=x_2$, используя ее значение при $x=x_1$ и заменяя приращение Δy функции $y=f(x)$ соответствующим дифференциалом dy:

1) $y=\sqrt[4]{x^3+6x-7}$; $x_1=4$; $x_2=4{,}06$; 2) $y=\operatorname{ctg}(x)$; $x_1=45^\circ$; $x_2=43^\circ$.

Задача №11. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

1) $y=\dfrac{4x^2}{x^2+3}$; 2) $y=(3-x)e^{x-2}$; 3) $y=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{x^2}{2}-2x+3$.

Задача №12. Используя методы дифференциального вычисления, решить следующие физические задачи:

1. При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\dfrac{t}{t+k}\right)$-ю часть курса и забывает $(\alpha\cdot t)$-ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была

изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что $k = 1/2$ $\alpha = 2/169$.

2. Тело массой $m_0 = 3000\,\hat{e}\tilde{a}$ падает из высоты H метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k = 100\,\hat{e}\tilde{a}/\tilde{n}$. Считая, что начальная скорость $V_0 = 0$, ускорение $g = 10\,\grave{\imath}\ /\tilde{n}$, найти наибольшую кинетическую энергию тела. Решить задачу при условии, что $H = 845\,\grave{\imath}$.

Вариант №5

Задача №1. Даны координаты вершин треугольника ABC:

$$A(0;2);\ B(12;-7);\ C(16;15).$$

Необходимо найти:

1. длину стороны AB;
2. уравнение сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
3. угол ψ между прямыми AB и BC в радианах;
4. уравнение высоты CD и ее длину;
5. уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD;
6. уравнение прямой L, которая проходит через точку K параллельно к стороне AB;
7. координаты точки $F(x_F, y_F)$, которая находится симметрично точке A относительно прямой CD.

Задача №2. Дано: точка $A(1;-1)$ и прямая $y=3$. Необходимо составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от заданной токи $A(x_A, y_A)$ и прямой $y=d$. Получено уравнение привести к простейшему виду и построить график кривой.

Задача №3. Заданы две системы линейных уравнений. Решить первую систему методом Крамера. Полученый при решении первой системы результат проверить с помощью метода обратной матрицы. Вторую систему решить с помощью метода Гаусса.

1. $\begin{cases} 3x_1+1x_2-3x_3=30, \\ 1x_1-3x_2+1x_3=12, \\ 2x_1+2x_2-3x_3=21 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x_1+2x_2-1x_3=0, \\ 1x_1+2x_2-1x_3=2, \\ 3x_1+4x_2-2x_3=2 \end{cases}$

Задача №4. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(-1;1;-5),\ B(3;5;-7),\ C(1;12;-15),\ D(-1;3;-4).$$

Необходимо:

1. Записать векторы $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$ в ортонормальной системе $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ и найти модули этих векторов.
2. Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.
3. Найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.
4. Вычислить площадь грани ABC.
5. Найти объем пирамиды $ABCD$.

Задача №5. Даны координаты четырех точек:

$$A(1;-4;1),\ B(4;4;0),\ C(-1;2;-4),\ M(-9;7;8).$$

Необходимо:

1. Составить уравнение плоскости Q, которая проходит через точки A, B и C.
2. Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку M перпендикулярно к плоскости Q.
3. Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q и с координатными плоскостями XOY, XOZ. YOZ.
4. Найти расстояние от точки M к плоскости Q.

Задача №6. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

1) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^4-2x^2+4}{x^5+2x+1}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2x^3+1}{2x^3+x+3}$; 3) $\lim\limits_{x\to-3} \dfrac{2x^2+7x+3}{x^2-2x-15}$;

4) $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^2-2x+1}{x^3-x}$; 5) $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{\sqrt{x+10}-3}{x^2+x}$; 6) $\lim\limits_{x\to2} \dfrac{\sqrt{x+5}-\sqrt{9-x}}{x-2}$;

7) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{x\sin 2x}{1-\cos^2 2x}$ 8) $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\cos x-\cos^3 x}{x\cdot\sin 2x}$; 9) $\lim\limits_{x\to0}(1-3x)^{\frac{2}{x}}$.

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-3}{x+1}\right)^{-2x}$.

Задача №7. Заданную функцию $y = f(x)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

1) $f(x) = 1 - 5^{-\frac{1}{x^2}}$ 2) $f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{ÿêùî} \quad x \le 0 \\ \ln x, & \text{ÿêùî} \quad 0 < x \le e \\ 1, & \text{ÿêùî} \quad x > e \end{cases}$

Задача №8. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y = \dfrac{(1 + x^8)\sqrt{1 + x^8}}{12x^{12}}$; 2) $y = \ln\left(\sqrt{x} + \sqrt{x + 1}\right)$;

3) $y = \dfrac{\cos(\sin 5) \cdot \sin^2 2x}{2\cos 4x}$; 4) $y = \arccos\dfrac{x^2 - 4}{\sqrt{x^2 + 16}}$.

Задача №9. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y = (\ln x)^{\left(e^x\right)}$; 2) $x^2 + y^2 + xy = 0$; 3) $\begin{cases} x = \ln\left(t + \sqrt{t^2 + 1}\right), \\ y = t \cdot \sqrt{t^2 + 1} \end{cases}$

Задача №10. Дана функция $y = f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2. Необходимо найти приближенное значение данной функции при $x = x_2$, используя ее значение при $x = x_1$ и заменяя приращение Δy функции $y = f(x)$ соответствующим дифференциалом dy:

1) $y = \sqrt[3]{2x^2 + 2x + 13}$; $x_1 = -8$; $x_2 = -7{,}85$; 2) $y = \sin(x)$; $x_1 = 30^\circ$; $x_2 = 27^\circ$.

Задача №11. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

1) $y = \dfrac{12x}{x^2 + 9}$; 2) $y = \dfrac{e^{2-x}}{2 - x}$; 3) $y = \dfrac{x^3}{3} + x^2 - 3x - 1$.

Задача №12. Используя методы дифференциального исчисления, решить следующие физические задачи:

1. При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\dfrac{t}{t+k}\right)$-ю часть курса и забывает $(\alpha \cdot t)$-ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что $k = 1\ \alpha = 1/25$.

2. Тело массой $m_0 = 3000\hat{e}\tilde{a}$ падает из высоты H метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k = 100\hat{e}\tilde{a}/\tilde{n}$. Считая, что начальная скорость $V_0 = 0$, ускорение $g = 10\grave{\imath}\ /\tilde{n}$, найти наибольшую кинетическую энергию тела. Решить задачу при условии, что $H = 980\grave{\imath}$.

Вариант №6

Задача №1. Даны координаты вершин треугольника ABC:

$$A(-9;6);\ B(3;-3);\ C(7;19).$$

Необходимо найти:

1. длину стороны AB;
2. уравнение сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
3. угол ψ между прямыми AB и BC в радианах;
4. уравнение высоты CD и ее длину;
5. уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD;
6. уравнение прямой L, которая проходит через точку K параллельно к стороне AB;
7. координаты точки $F(x_F, y_F)$, которая находится симметрично точке A относительно прямой CD.

Задача №2. Дано: точка $A(6;0)$, прямая $x=1{,}5$ и число $e=2$. Необходимо составить уравнение геометрического места точек, отношения расстояний которых к данной точке $A(x_A, y_A)$ и к данной прямой $x=d$ равняется $e=2$. Определить тип полученной кривой, ее фокусы, эксцентриситет и уравнение асимптот, построить график.

Задача №3. Заданы две системы линейных уравнений. Решить первую систему методом Крамера. Полученый при решении первой системы результат проверить с помощью метода обратной матрицы. Вторую систему решить с помощью метода Гаусса.

1. $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 1x_3 = 37, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 10, \\ 1x_1 + 1x_2 - 2x_3 = 11 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 1x_1 - 1x_2 + 6x_3 = 5, \\ 2x_1 + 2x_2 + 12x_3 = 1, \\ 3x_1 + 1x_2 + 18x_3 = 6 \end{cases}$

Задача №4. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(-4;2;-1),\ B(0;6;-3),\ C(-2;13;-11),\ D(-4;4;0).$$

Необходимо:

1. Записать векторы $\overline{AB}, \overline{AC}$, $\overline{AD}$ в ортонормальной системе $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ и найти модули этих векторов.
2. Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.
3. Найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.
4. Вычислить площадь грани ABC.
5. Найти объем пирамиды $ABCD$.

Задача №5. Даны координаты четырех точек:

$$A(4;6;-1),\ B(7;2;4),\ C(-2;0;-4),\ M(3;1;-4).$$

Необходимо:

1. Составить уравнение плоскости Q, которая проходит через точки A, B и C.
2. Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку M перпендикулярно к плоскости Q.
3. Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q и с координатными плоскостями XOY XOZ YOZ.
4. Найти расстояние от точки M до плоскости Q.

Задача №6. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^3-3x^2+2}{2x^3+4x^2+x}$;   2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-3x^2+1}{2x^3-2x^2}$;   3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2+x-3}{x^2+x-2}$;

4) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{5x^2+6x+1}{x^2-3x-4}$;   5) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-3x}{\sqrt{x+1}-2}$;   6) $\lim\limits_{x\to -7}\dfrac{\sqrt{11+x}-2}{x+7}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}5x}{\sin 2x}$ 8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x}{\arcsin 12x}$;   9) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+12}{x}\right)^{3x+3}$.

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x-1}\right)^{2x}$.

Задача №7. Заданную функцию $y = f(x)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

1) $f(x) = \dfrac{1}{1 + e^{\frac{1}{1+x}}}$

2) $f(x) = \begin{cases} -2x, & \text{ÿêùî} \quad x \le 0 \\ -\ln x, & \text{ÿêùî} \quad 0 < x \le e \\ -1, & \text{ÿêùî} \quad x > e \end{cases}$

Задача №8. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y = \dfrac{x^2}{2\sqrt{1 - 3x^4}}$;

2) $y = \ln\left(\dfrac{1 + x^2}{1 - x^2}\right)$;

3) $y = \dfrac{\sin(\cos 5) \cdot \cos^2 2x}{4 \sin 4x}$;

4) $y = \sqrt{\dfrac{2}{3}} \operatorname{arctg} \dfrac{3x - 1}{\sqrt{6x}}$.

Задача №9. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y = x^{\arcsin x}$;

2) $y + \sqrt{x} \ln y = 1$;

3) $\begin{cases} x = \sqrt{2t - t^2}, \\ y = \arcsin(t - 1) \end{cases}$

Задача №10. Дана функция $y = f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2. Необходимо найти приближенное значение данной функции при $x = x_2$, используя ее значение при $x = x_1$ и заменяя приращение Δy функции $y = f(x)$ соответствующим дифференциалом dy:

1) $y = \sqrt{3x^2 - 5x - 2}$; $x_1 = 9$; $x_2 = 9{,}08$;

2) $y = \cos(x)$; $x_1 = 60^\circ$; $x_2 = 59^\circ$.

Задача №11. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

1) $y = \dfrac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$;

2) $y = e^{\frac{1}{x}} + x$;

3) $y = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{3}{2}x^2 - 4x + 8$.

Задача №12. Используя методы дифференциального исчисления, решить следующие физические задачи:

1. При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\dfrac{t}{t + k}\right)$-ю часть курса и забывает $(\alpha \cdot t)$-ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что $k = 1$ $\alpha = 1/16$.

2. Тело массой $m_0 = 3000\,\text{êã}$ падает из высоты H метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k = 100\,\text{êã}/\text{ñ}$. Считая, что начальная скорость $V_0 = 0$, ускорение $g = 10\,\text{ì}/\text{ñ}$, найти наибольшую кинетическую энергию тела. Решить задачу при условии, что $H = 1125\,\text{ì}$.

Вариант №7

Задача №1. Даны координаты вершин треугольника ABC:

$$A(1;0);\ B(13;-9);\ C(17;13).$$

Необходимо найти:

1. длину стороны AB;
2. уравнение сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
3. угол ψ между прямыми AB и BC в радианах;
4. уравнение высоты CD и ее длину;
5. уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD;
6. уравнение прямой L, которая проходит через точку K параллельно к стороне AB;
7. координаты точки $F(x_F, y_F)$, которая находится симметрично точке A относительно прямой CD.

Задача №2. Дано: точка $A(3;0)$, прямая $x=\dfrac{4}{3}$ и число $e=1{,}5$. Необходимо составить уравнение геометрического места точек, отношения расстояний которых к данной точке $A(x_A, y_A)$ и к данной прямой $x=d$ равняется $e=1{,}5$. Определить тип полученной кривой, ее фокусы, эксцентриситет и уравнение асимптот, построить график.

Задача №3. Заданы две системы линейных уравнений. Решить первую систему методом Крамера. Полученный при решении первой системы результат проверить с помощью метода обратной матрицы. Вторую систему решить с помощью метода Гаусса.

1. $\begin{cases} 5x_1 - 1x_2 + 1x_3 = 22, \\ 2x_1 + 3x_2 - 1x_3 = 25, \\ 1x_1 + 2x_2 + 1x_3 = 20 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 2x_1 + 1x_2 - 3x_3 = -5, \\ 1x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -1, \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = -6 \end{cases}$

Задача №4. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(0;4;3),\ B(4;8;1),\ C(2;15;-7),\ D(0;6;4).$$

Необходимо:

1. Записать векторы $\overline{AB}, \overline{AC}$, $\overline{AD}$ в ортонормальной системе $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ и найти модули этих векторов.
2. Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.
3. Найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.
4. Вычислить площадь грани ABC.
5. Найти объем пирамиды $ABCD$.

Задача №5. Даны координаты четырех точек:

$$A(0;6;-5),\ B(8;2;5),\ C(2;6;-3),\ M(5;0;-6).$$

Необходимо:

1. Составить уравнение плоскости Q, которая проходит через точки A, B и C.
2. Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку M перпендикулярно к плоскости Q.
3. Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q и с координатными плоскостями XOY, XOZ, YOZ.
4. Найти расстояние от точки M до плоскости Q.

Задача №6. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-3x^2+2x}{3x^3+6x^2+2}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^4+x+4}{3x^4+x^3+2}$; 3) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{3x^2-7x+2}$;

4) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x^2+10x+12}{-2x^2+x+21}$; 5) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x+5}-3}{x^2-4x}$; 6) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-25}{2-\sqrt{x-1}}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 8x}{3x\sin 4x}$ 8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arctg} 2x}{2\sin 3x}$; 9) $\lim\limits_{x\to 0}(1+2\operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x}$.

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{7}{x}\right)^{4x}$.

Задача №7. Заданную функцию $y = f(x)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

1) $f(x) = e^{\frac{2}{x+5}}$ 2) $f(x) = \begin{cases} x+3, & åñëè \quad x \le -1 \\ 2x^2, & åñëè \quad -1 < x \le 1 \\ 3, & åñëè \quad x > 1 \end{cases}$

Задача №8. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y = \dfrac{(x^2-6)\sqrt{(4+x^2)^3}}{120x^5}$; 2) $y = \dfrac{1}{2}\ln(e^{2x}+1) - 2\operatorname{arctg}(e^x)$;

3) $y = \dfrac{\cos(\ln 5)\cdot \sin^2 7x}{7\cos 14x}$; 4) $y = 2\arcsin\dfrac{2}{3x+4} + \sqrt{9x^2+24x+12}$.

Задача №9. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y = (\operatorname{ctg} 3x)^{2e^x}$; 2) $y + \sqrt{x}\ln y = 1$; 3) $\begin{cases} x = \operatorname{ctg}(2e^t), \\ y = \ln(tg(e^t)) \end{cases}$

Задача №10. Дана функция $y = f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2. Необходимо найти приближенное значение данной функции при $x = x_2$, используя ее значение при $x = x_1$ и заменяя приращение Δy функции $y = f(x)$ соответствующим дифференциалом dy:

1) $y = \sqrt[4]{5x^4 + 2x - 3}$; $x_1 = 2$; $x_2 = 1{,}92$; 2) $y = \operatorname{tg}(x)$; $x_1 = 45^\circ$; $x_2 = 43^\circ$.

Задача №11. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

1) $y = \dfrac{4 - x^3}{x^2}$; 2) $y = xe^{2x}$; 3) $y = 10 + \dfrac{5}{2}x - x^2 - \dfrac{x^3}{6}$.

Задача №12. Используя методы дифференциального исчисления, решить следующие физические задачи:

1. При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\dfrac{t}{t+k}\right)$-ю часть курса и забывает $(\alpha \cdot t)$-ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что $k = 1$ $\alpha = 1/36$.

2. Тело массой $m_0 = 3000$ êã падает из высоты H метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k = 100$ êã/ñ. Считая, что начальная скорость $V_0 = 0$, ускорение $g = 10$ ì /ñ, найти наибольшую кинетическую энергию тела. Решить задачу при условии, что $H = 1280$ ì .

Оценка самостоятельной работы студентов

Отдельной составляющей в итоговой оценке по предмету оценка самостоятельной работы не является.

Вместе с тем оценка самостоятельной работы всё же имеет непосредственное отношение к итоговой оценке по дисциплине.

Во-первых, оценка самостоятельной работы включается в оценку такой формы промежуточного контроля, как оценка текущей работы на семинарских занятиях.

Во-вторых, так как самостоятельная работа по предмету поощряется, преподаватель может использовать (и, как правило, использует) оценку самостоятельной работы в качестве поощрительной составляющей на экзамене.

В спорных ситуациях оценка самостоятельной работы может разрешить ситуацию в пользу студента.

Независимо от вида самостоятельной работы, критериями оценки самостоятельной работы могут считаться:

а) умение проводить анализ (в том числе, умение отделить правовую проблему от правовых условий жизненной ситуации);

б) умение выделить главное (в том числе, умение ранжировать проблемы);

в) самостоятельность в поиске и изучении административно-правовых источников, т.е. способность обобщать материал не только из лекций, но и из разных прочитанных и изученных источников и из жизни;

г) умение использовать свои собственные примеры и наблюдения для иллюстрации излагаемых положений административного права, оригинальные пути их практического применения;

д) положительное собственное отношение, заинтересованность в предмете;

е) умение показать место данного вопроса в общей структуре курса, его связь с другими вопросами административного права;

ж) умение применять свои знания для ответа на вопросы.

Контроль самостоятельной работы осуществляет преподаватель в аудитории в отведенные для этой цели часы.

Формы проведения контроля определяются преподавателем. К ним относятся:

- собеседование;
- устный опрос;
- контрольная работа;
- проверка индивидуальных заданий;
- деловая игра;
- компьютерное тестирование;
- зачет по теме (разделу).

8. Ресурсное и методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Для выполнения самостоятельной работы студенты должны быть обеспечены:

- индивидуальными заданиями, раскрывающими цель, содержание, форму отчетности и контроля выполненной работы;
- методическими указаниями по проведению самостоятельной работы, направленными на повышение ее эффективности и на формирование культуры умственного труда;
- индивидуальным (групповым) рабочим местом в случае необходимости выполнения учебно-исследовательских, лабораторных или практических работ;
- информационными ресурсами, в том числе электронными (учебно-методическими комплексами, учебниками, учебными пособиями, руководствами, практикумами, обучающими программами, пакетами прикладных программ и др.);
- материально-техническими ресурсами (ЭВМ, технологическим и измерительным оборудованием и др.);
- консультациями преподавателей;
- временными ресурсами (доступность аудиторий, лабораторий, компьютерных классов, читальных залов для самостоятельной работы).

9. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

В связи с рекомендациями по увеличению доли самостоятельной работы в учебном процессе возрастает роль учебно-методических материалов. Они должны выполнять следующие функции:

- **информационную** (содержание теоретических данных по дисциплине, разделу, теме);
- **управляющую** (обеспечение рационального расходования времени для усвоения учебного материала);
- **организационно-контролирующую** (рекомендации порядка изучения учебной дисциплины, наличие вопросов для самоконтроля, обучающих программ, программ для тренинга, графика текущего контроля).

Основное назначение методических указаний – показать каждому студенту возможность перейти от деятельности, выполняемой под руководством преподавателя к деятельности, организуемой самостоятельно.

Методическое обеспечение, создаваемое преподавателем, как в виде печатных изданий, так и в виде электронных изданий входит в состав образовательной среды. Применение новых технологий обучения, основанных на применении компьютеров, мультимедиа систем, аудиовизуальных материалов и т.д., позволяет активизировать учебный процесс, привлечь студентов к самостоятельной работе и организовать контроль ее выполнения.

При этом возникает возможность создания асинхронной организации учебного процесса, которая расширяет формы взаимодействия между сторонами, участвующими в учебном процессе и, в том числе, в самостоятельной работе студентов.

Асинхронная организация учебного процесса обеспечивает студенту возможность освоения учебного материала в любое удобное для него время, не устанавливаемое расписанием занятий. Асинхронная организация предполагает, что студент работает с образовательной средой, предварительно созданной преподавателями.

Это могут быть компьютерные учебные курсы, телевизионные курсы лекций, учебные курсы виде традиционных учебников и учебных пособий, методических указаний по выполнению курсовых проектов (работ), лабораторных работ, методических указаний по проведению практических занятий и семинаров, сборников задач и упражнений, обучающие программы, тренажеры, веб-квесты, задания в тестовой форме для самостоятельной работы, вопросы для самоконтроля.

Методические указания по самостоятельной работе студентов должны стать путеводителем в образовательной среде. Это означает, что в методических указаниях по самостоятельной работе должно быть показано как, какими способами и в какой последовательности должно происходить овладение знаниями по каждой дисциплине. Кроме того, должны быть установлены временные рубежи контроля и те ключевые знания и умения, которые подвергаются контролю.

Рекомендованная литература

Базовая

1. Бабенко В. В., Зіневич А. Г., Кічура С. М. Цаповська Ж. Я. Збірник задач з вищої математики. – Л.: ВЦ ЛНУ І. Франка, 2005. – 255 с.
2. Гудименко Ф. С. Вища математика. – К.: Вид-во Київського ун-ту, 1964. – 380 с.
3. Кудрявцев В. А., Демидович В. П. Краткий курс высшей математики. – М.: Физматгиз, 1975.
4. Соколенко О. І. Вища математика: Підручник. – К.: ВЦ “Академія”, 2003. – 432 с.
5. Кастрица О. А. Высшая математика: примеры, задачи, упражнения: Учеб. Пособие для вузов. – М.: ЮНИТИДАНА, 2002. – 543 с.
6. Дюженкова Л. І., Дюженкова О. Ю., Михалін Г. О. Вища математика: Приклади і задачі. – К.: ВЦ “Академія”, 2002. – 624с.
7. Абчук В. А. Математика для менеджеров и экономистов: Учебник. – СПб: Изд-во Михайлова В.А., 2002г. – 525с.
8. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник / под ред. В. И. Ермакова – М.: ИНФРА-М, 2001 – 656 с.
9. Пискунов Н. С. Дифференциальные и интегральные исчисления: Учебник. – М.: Физматгиз, 1963. – 855с.
10. Берман Г. Н. Сборник зада по курсу математического анализа: Учеб. Пособие. – 20-е изд. – М.: Физматлит, 1985. – 384 с.

Вспомогательная

11. Клименко Ю. И. Высшая математика для экономистов: Учебник. – М.: Экзамен, 2005. – 736 с.
12. Свердан П. Л. Вища математика: Математичний аналіз і теорія ймовірностей. – К.: Знання, 2008. – 450 с.

13. Жолков С. Ю. Математика и информатика для гуманитариев: Учебник. – М.: Гардарики, 2002. – 531с.
14. Натансон Н. П. Краткий курс высшей математики. – СПб.: Изд-во “Лань”, 2001. – 736 с.
15. Красс М.С. Математика для экономических специальностей. – М.: Инфра –М., 1998.
16. Шипачев В. С. Математический анализ: Учеб. Пособие. – М.: Высш. Шк., 2002. – 176с.с
17. Данко П. Е., Попов А. Г., Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. – М: Высшая школа, 1986. – ч.1. – 304 с.
18. Данко П. Е., Попов А. Г., Кожевникова Т. Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. – М: Высшая школа, 1986. – ч.2. – 416 с.
19. Шкіль М. І., Колесник Т.В. Вища математика. – К: Либідь, 1994.
20. Андрощук Л. В., Ковтун О. І., Олешко Т. І. Вища математика. Ряди. Диференціальні рівняння: Навчальний посібник. К.: НАУ, 2005.
21. Ефимов Н. В. Краткий курс аналитической геометрии.- М.: Физматгиз, 1973.
22. Цубербиллер О. Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1970.
23. Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1986.
24. Тевяшев А. Д., Литвин О. Г. Вища математика. Збірник задач та вправ. – Харків: Рубікон,1999.
25. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциальные уравнения и операционное исчисление. – М.: Наука, 1968.
26. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1984. – 832 с.
27. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и ризведений. – М.: Физматгиз, 1963. – 1100 с.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. Абчук В. А. Математика для менеджеров и экономистов : учебник / В. А. Абчук. — СПб. : Питер, 2002. — 525 с. http://lib.lgaki.info/page_lib.php?docid=1350&mode=DocBibRecord
2. Бугров Я. С. Высшая математика : учеб. для вузов. В 3 т., т. 1 : Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии / под ред. В. А. Садовничего. — 6-е изд., стереотип. — М. : Дрофа, 2004. — 288 с. http://lib.lgaki.info/page_lib.php?docid=2431&mode=DocBibRecord
3. Кастрица О. А. Высшая математика : примеры, задачи, упражнения : учеб. пособие для вузов / О. А. Кастрица. — М. : Юнити-Дана, 2003. — 254 с http://lib.lgaki.info/page_lib.php?docid=13598&mode=DocBibRecord
4. Клименко Ю. И. Высшая математика для экономистов : теория, примеры, задачи : учебник / Ю. И. Клименко. — М. : Экзамен, 2005. — 736 с. http://lib.lgaki.info/page_lib.php?docid=13868&mode=DocBibRecord
5. Красс М. С. Математика для экономистов / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. — СПб. : Питер, 2005. — 464 с. http://lib.lgaki.info/page_lib.php?docid=1338&mode=DocBibRecord

6. Микиша А. М. Математика: основные термины : толковый словарь / А. М. Микиша. — М. : Астрель, 2003. — 448 с http://lib.lgaki.info/page_lib.php?docid=7646&mode=DocBibRecord