Вариант №1 контрольной работы №1

Задача №1. Даны координаты вершин треугольника ABC:

$$A(-8;-3);\ B(4;-12);\ C(8;10).$$

Необходимо найти:

1. длину стороны AB;
2. уравнение сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
3. угол ψ между прямыми AB и BC в радианах;
4. уравнение высоты CD и ее длину;
5. уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD;
6. уравнение прямой L, которая проходит через точку K параллельно к стороне AB;
7. координаты точки $F(x_F, y_F)$, которая находится симметрично точке A относительно прямой CD.

Задача №2. Дано: точка $A(2;5)$ и прямая $y=1$. Необходимо составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от заданной токи $A(x_A, y_A)$ и прямой $y=d$. Полученное уравнение привести к простейшему виду и построить график кривой.

Задача №3. Заданы две системы линейных уравнений. Решить первую систему методом Крамера. Полученный при решении первой системы результат проверить с помощью метода обратной матрицы. Вторую систему решить с помощью метода Гаусса.

1. $\begin{cases} 3x_1+2x_2-1x_3=11, \\ 4x_1-1x_2+4x_3=-10, \\ 1x_1+3x_2-2x_3=9 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 1x_1+2x_2-1x_3=1, \\ 3x_1+5x_2-1x_3=1, \\ 4x_1+7x_2-2x_3=2 \end{cases}$

Задача №4. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(2;-3;1),\ B(6;1;-1),\ C(4;8;-9),\ D(2;-1;2).$$

Необходимо:

1. Записать векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ в ортонормальной системе $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ и найти модули этих векторов.
2. Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.

3. Найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.
4. Вычислить площадь грани ABC.
5. Найти объем пирамиды $ABCD$.

Задача №5. Даны координаты четырех точек:

$$A(-3;-2;-4),\ B(-4;2;-7),\ C(5;0;3),\ M(-1;3;0).$$

Необходимо:

1. Составить уравнение плоскости Q, которая проходит через точки A, B и C.
2. Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку M перпендикулярно к плоскости Q.
3. Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q и с координатными плоскостями XOY XOZ YOZ.
4. Найти расстояние от точки M до плоскости Q.

Задача №6. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-2x^2+3}{4x^2+3x+2}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+2}{3x^2+2x-1}$; 3) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{2x^2-3x-2}{x^2+3x+10}$;

4) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{3x^2+8x+5}{3x^2+9x+6}$; 5) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{\sqrt{x+4}-1}{x^2-9}$; 6) $\lim\limits_{x\to7}\dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$;

7) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos 4x}{x^2}$; 8) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 3x}{tg\,2x}$; 9) $\lim\limits_{x\to0}(1+4x)^{\frac{2}{x}}$.

10) $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{x-1}{x+3}\right)^{x+2}$;

Задача №7. Заданную функцию $y=f(x)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

1) $f(x)=4^{\frac{1}{2-x}}$

2) $f(x)=\begin{cases} x^2, & \text{ÿêùî} \quad x<0 \\ \operatorname{tg}\dfrac{x}{2}, & \text{ÿêùî} \quad 0\le x\le\dfrac{\pi}{2} \\ 1, & \text{ÿêùî} \quad x>\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$

Задача №8. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y = \dfrac{2\left(3x^3 + 4x^2 - x - 2\right)}{15\sqrt{x+1}}$; 2) $y = x - \ln\left(2 + e^x + 2\sqrt{e^{2x} + e^x + 1}\right)$;

3) $y = \sin\sqrt{3} + \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{\sin^2 3x}{\cos 6x}$; 4) $y = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x}{\sqrt{2}}\right)$.

Задача №9. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y = (\operatorname{arctg} x)^{(1/2)\ln(\operatorname{arctg} x)}$; 2) $y = x \cdot e^y$; 3) $\begin{cases} x = \dfrac{3t^2 + 1}{3t^3}, \\ y = \sin\left(\dfrac{t^3}{3} + t\right) \end{cases}$

Задача №10. Дана функция $y = f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2. Необходимо найти приближенное значение данной функции при $x = x_2$, используя ее значение при $x = x_1$ и заменяя прирост Δy функции $y = f(x)$ соответствующим дифференциалом dy:

1) $y = \sqrt[3]{3x^2 + 8x - 16}$; $x_1 = 4$; $x_2 = 3{,}94$; 2) $y = \cos(x)$; $x_1 = 60^\circ$; $x_2 = 63^\circ$.

Задача №11. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

1) $y = \dfrac{x^3 + 4}{x^2}$; 2) $y = \dfrac{e^{2x}}{2x}$; 3) $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

Задача №12. Используя методы дифференциального вычисления, решить следующие физические задачи:

1. При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\dfrac{t}{t+k}\right)$-ю часть курса и забывает $(\alpha \cdot t)$-ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что $k = 3$ $\alpha = 1/48$.

2. Тело массой $m_0 = 3000\,\hat{e}\tilde{a}$ падает с высоты H метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k = 100\,\hat{e}\tilde{a}/\tilde{n}$. Считая, что начальная скорость $V_0 = 0$, ускорение $g = 10\,\grave{i}/\tilde{n}$, найти наибольшую кинетическую энергию тела. Решить задачу при условии, что $H = 1805\,\grave{i}$.

Вариант №2 контрольной работы №1

Задача №1. Даны координаты вершин треугольника ABC:

$$A(-5;-7);\ B(7;-2);\ C(11;20).$$

Необходимо найти:

1. длину стороны AB;
2. уравнение сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
3. угол ψ между прямыми AB и BC в радианах;
4. уравнение высоты CD и ее длину;
5. уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD;
6. уравнение прямой L, которая проходит через точку K параллельно к стороне AB;
7. координаты точки $F(x_F, y_F)$, которая находится симметрично точке A относительно прямой CD.

Задача №2. Дано: точка $A(-4;3)$ и прямая $y=-1$. Необходимо составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от заданной токи $A(x_A, y_A)$ и прямой $y=d$. Полученное уравнение привести к простейшему виду и построить график кривой.

Задача №3. Заданы две системы линейных уравнений. Решить первую систему методом Крамера. Полученный при решении первой системы результат проверить с помощью метода обратной матрицы. Вторую систему решить с помощью метода Гаусса.

1. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 10, \\ 1x_1 - 2x_2 + 1x_3 = 7, \\ 3x_1 + 2x_2 - 1x_3 = 1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 1x_3 = 1, \\ 3x_1 - 1x_2 + 1x_3 = 2, \\ 5x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$

Задача №4. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(5;-1;-4),\ B(9;3;-6),\ C(7;10;-14),\ D(5;1;-3).$$

Необходимо:

1. Записать векторы $\overline{AB}, \overline{AC}$, $\overline{AD}$ в ортонормальной системе $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ и найти модули этих векторов.
2. Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.

3. Найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.
4. Вычислить площадь грани ABC.
5. Найти объем пирамиды $ABCD$.

Задача №5. Даны координаты четырех точек:

$$A(-3;-2;-4),\ B(-4;2;-7),\ C(5;0;3),\ M(-1;3;0).$$

Необходимо:

1. Составить уравнение плоскости Q, которая проходит через точки A, B и C.
2. Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку M перпендикулярно к плоскости Q.
3. Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q и с координатными плоскостями XOY, XOZ, YOZ.
4. Найти расстояние от точки M до плоскости Q.

Задача №6. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+3x+2}{x^4-2x^2+x}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^4+2x+1}{5x^4+3x+2}$; 3) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{3x^2+2x-1}{x^2+3x+2}$;

4) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2+2x-8}{2x^2-7x+6}$; 5) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-2x}{\sqrt{2x+5}-3}$; 6) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x^2}$;

7) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 2x}$ 8) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x\cdot\operatorname{tg} x}{1-\cos 2x}$; 9) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{5}{x}\right)^{3x}$.

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^{x}$.

Задача №7. Заданную функцию $y=f(x)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

1) $f(x)=e^{-\frac{1}{x+2}}$

2) $f(x)=\begin{cases} x+2, & \text{ÿêùî} \quad x<0 \\ \sqrt{x}, & \text{ÿêùî} \quad 0\le x\le 4 \\ 6-x, & \text{ÿêùî} \quad x>4 \end{cases}$

Задача №8. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y=\dfrac{\left(2x^2-1\right)\sqrt{x^2+1}}{3x^3}$; 2) $y=e^{2x}\cdot\dfrac{\left(2-\sin 2x-\cos 2x\right)}{8}$;

3) $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$; 4) $y=\arcsin\left(\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{5x}}\right)$.

Задача №9. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y=\left(\sin\sqrt{x}\right)^{\ln\left(\sin\sqrt{x}\right)}$; 2) $y=\cos\left(x^2+y\right)$; 3) $\begin{cases} x=\sqrt{1-t^2}, \\ y=tg\sqrt{1+t} \end{cases}$

Задача №10. Дана функция $y=f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2. Необходимо найти приближенное значение данной функции при $x=x_2$, используя ее значение при $x=x_1$ и заменяя приращение Δy функции $y=f(x)$ соответствующим дифференциалом dy:

1) $y=\sqrt{5x^2+4x-1}$; $x_1=5$; $x_2=5{,}08$; 2) $y=\mathrm{tg}(x)$; $x_1=45^\circ$; $x_2=46^\circ$.

Задача №11. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

1) $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$; 2) $y=x^3e^{-3x}$; 3) $y=1+3x+x^2-\dfrac{x^3}{3}$.

Задача №12. Используя методы дифференциального исчисления, решить следующие физические задачи:

1. При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\dfrac{t}{t+k}\right)$-ю часть курса и забывает $(\alpha\cdot t)$-ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что $k=1/2$ $\alpha=2/81$.

2. Тело массой $m_0=3000\,\hat{e}\tilde{a}$ падает из высоты H метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k=100\,\hat{e}\tilde{a}/\tilde{n}$. Считая, что начальная скорость $V_0=0$, ускорение $g=10\,\grave{\imath}\,/\tilde{n}$, найти наибольшую кинетическую энергию тела. Решить задачу при условии, что $H=605\,\grave{\imath}$.

Вариант №3 контрольной работы №1

Задача №1. Даны координаты вершин треугольника ABC:

$$A(-12;-1);\ B(0;-10);\ C(4;12).$$

Необходимо найти:

1. длину стороны AB;
2. уравнение сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
3. угол ψ между прямыми AB и BC в радианах;
4. уравнение высоты CD и ее длину;
5. уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD;
6. уравнение прямой L, которая проходит через точку K параллельно к стороне AB;
7. координаты точки $F(x_F, y_F)$, которая находится симметрично точке A относительно прямой CD.

Задача №2. Дано: точка $A(3;-4)$ и прямая $y=2$. Необходимо составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от заданной токи $A(x_A, y_A)$ и прямой $y=d$. Полученное уравнение привести к простейшему виду и построить график кривой.

Задача №3. Заданы две системы линейных уравнений. Развязать первую систему методом Крамера. Получено при решении первой системы результат проверить с помощью метода обратной матрицы. Вторую систему развязать с помощью метода Гаусса.

1. $\begin{cases} 1x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 - 1x_2 + 2x_3 = -1, \\ 1x_1 + 3x_2 - 1x_3 = -2 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 1x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1, \\ 1x_1 + 2x_2 - 1x_3 = -1, \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

Задача №4. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(1;-4;0),\ B(5;0;-2),\ C(3;7;-10),\ D(1;-2;1).$$

Необходимо:

1. Записать векторы $\overline{AB}, \overline{AC}$, $\overline{AD}$ в ортонормальной системе $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ и найти модули этих векторов.
2. Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.

3. Найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.
4. Вычислить площадь грани ABC.
5. Найти объем пирамиды $ABCD$.

Задача №5. Даны координаты четырех точек:

$$A(5;4;1),\ B(-1;-2;-2),\ C(3;-2;2),\ M(-5;5;4).$$

Необходимо:

1. Составить уравнение плоскости Q, которая проходит через точки A, B и C.
2. Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку M перпендикулярно к плоскости Q.
3. Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q и с координатными плоскостями XOY, XOZ, YOZ.
4. Найти расстояние от точки M до плоскости Q.

Задача №6. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-4x+1}{x-2x^2+3}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2+x+2}{2x^2+1}$; 3) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{x^3+8}{3x^2+8x+4}$;

4) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{x^2-7x+10}{x^2-25}$; 5) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{3x+1}-2}{x^2-1}$; 6) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{x-3}-1}{\sqrt{x+5}-3}$;

7) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{9x^2}{1-\cos 6x}$ 8) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x\cdot\sin 3x}{1-\cos 4x}$; 9) $\lim\limits_{x\to0}(1+\sin 2x)^{\frac{3}{\sin 2x}}$.

10) $\lim\limits_{x\to3}(4-x)^{\frac{2}{3-x}}$.

Задача №7. Заданную функцию $y=f(x)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

1) $f(x)=6^{\frac{1}{4-x}}$

2) $f(x)=\begin{cases}\cos x, & \text{ÿêùî} \quad x\le 0\\ 2^x, & \text{ÿêùî} \quad 0<x\le 2\\ 4, & \text{ÿêùî} \quad x>2\end{cases}$

Задача №8. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y = \dfrac{x^4 - 8x^2}{2\left(x^2 - 4\right)}$; 2) $\dfrac{1}{2}\operatorname{arctg}\dfrac{e^x - 3}{2}$;

3) $y = 2\sqrt{x} - 4\ln\left(2 + \sqrt{x}\right)$; 4) $y = \operatorname{tg}\left(\lg\dfrac{1}{3}\right) + \dfrac{1}{4}\dfrac{\sin^2 4x}{\cos 8x}$.

Задача №9. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y = (\sin x)^{5x^2}$; 2) $\sqrt{y} + e^{x\cdot\sqrt{y}} - 5 = 0$; 3) $\begin{cases} x = \sqrt{2t - t^2}, \\ y = \dfrac{1}{\sqrt[3]{(t-1)^2}} \end{cases}$

Задача №10. Дана функция $y = f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2. Необходимо найти приближенное значение данной функции при $x = x_2$, используя ее значение при $x = x_1$ и заменяя приращение Δy функции $y = f(x)$ соответствующим дифференциалом dy:

1) $y = \sqrt[5]{x^2 - 2x + 8}$; $x_1 = 6$; $x_2 = 5{,}84$; 2) $y = \sin(x)$; $x_1 = 30^\circ$; $x_2 = 32^\circ$.

Задача №11. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

1) $y = \dfrac{2}{x^2 + 2x}$; 2) $y = \dfrac{e^x}{x}$; 3) $y = 2 + \dfrac{3}{2}x^2 - \dfrac{x^3}{3}$.

Задача №12. Используя методы дифференциального исчисления, решить следующие физические задачи:

1. При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\dfrac{t}{t+k}\right)$-ю часть курса и забывает $(\alpha \cdot t)$-ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что $k = 1/2$ $\alpha = 2/121$.

2. Тело массой $m_0 = 3000\,\hat{e}\tilde{a}$ падает из высоты H метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k = 100\,\hat{e}\tilde{a}/\tilde{n}$. Считая, что начальная скорость $V_0 = 0$, ускорение $g = 10\,\grave{i}\ /\tilde{n}$, найти наибольшую кинетическую энергию тела. Решить задачу при условии, что $H = 720\,\grave{i}$.

Вариант №4 контрольной работы №1

Задача №1. Даны координаты вершин треугольника ABC:

$$A(-10;9);\ B(2;0);\ C(6;22).$$

Необходимо найти:

1. длину стороны AB;
2. уравнение сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
3. угол ψ между прямыми AB и BC в радианах;
4. уравнение высоты CD и ее длину;
5. уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD;
6. уравнение прямой L, которая проходит через точку K параллельно к стороне AB;
7. координаты точки $F(x_F, y_F)$, которая находится симметрично точке A относительно прямой CD.

Задача №2. Дано: точка $A(-2;-3)$ и прямая $y=-1$. Необходимо составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от заданной токи $A(x_A, y_A)$ и прямой $y=d$. Полученное уравнение привести к простейшему виду и построить график кривой.

Задача №3. Заданы две системы линейных уравнений. Решить первую систему методом Крамера. Полученный при решении первой системы результат проверить с помощью метода обратной матрицы. Вторую систему решить с помощью метода Гаусса.

1. $\begin{cases} 4x_1 - 1x_2 + 1x_3 = 26, \\ 1x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -6, \\ 2x_1 - 1x_2 + 2x_3 = 24 \end{cases}$
2. $\begin{cases} 1x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 1x_2 + 1x_3 = 1, \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 8 \end{cases}$

Задача №4. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(-3;-6;2),\ B(1;-2;0),\ C(-1;5;-8),\ D(-3;-4;3).$$

Необходимо:

1. Записать векторы $\overline{AB}, \overline{AC}$, $\overline{AD}$ в ортонормальной системе $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ и найти модули этих векторов.
2. Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.

3. Найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.
4. Вычислить площадь грани ABC.
5. Найти объем пирамиды $ABCD$.

Задача №5. Даны координаты четырех точек:

$$A(3;6;-2),\ B(0;2;-3),\ C(1;-2;0),\ M(-7;6;6).$$

Необходимо:

1. Составить уравнение плоскости Q, которая проходит через точки A, B и C.
2. Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку M перпендикулярно к плоскости Q.
3. Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q и с координатными плоскостями XOY, XOZ, YOZ.
4. Найти расстояние от точки M до плоскости Q.

Задача №6. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^5+2x^3-3x}{2x^3-3x^2+5}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+x+1}{5x^2+3x+4}$; 3) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2+5x-24}{2x^2-5x-3}$;

4) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-1}{x^2+3x+2}$; 5) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x+11}-3}{x^2-4}$; 6) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{1+2x}-3}{x-4}$;

7) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos^2 3x}{2x^2}$ 8) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x\cdot\sin 3x}{1-\cos 4x}$; 9) $\lim\limits_{x\to0}(1+\sin 2x)^{\frac{3}{\sin 2x}}$.

10) $\lim\limits_{x\to1}(2-x)^{\frac{2x}{1-x}}$.

Задача №7. Заданную функцию $y=f(x)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

1) $f(x)=\dfrac{1}{1+2^{\frac{1}{x}}}$

2) $f(x)=\begin{cases}-x^2+2, & \text{åñëè}\ \ x\le 0\\ \dfrac{1}{x}, & \text{åñëè}\ \ 0<x\le 2\\ \dfrac{x}{4}, & \text{åñëè}\ \ x>2\end{cases}$

Задача №8. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y=\dfrac{2x^2-x-1}{3\sqrt{4x+2}}$; 2) $y=\dfrac{1}{\ln 4}\ln\dfrac{1+2^x}{1-2^x}$;

3) $y=\operatorname{ctg}\sqrt{5}-\dfrac{1}{8}\dfrac{\cos^2 4x}{\sin 8x}$; 4) $y=\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{x^2+1}-1}{x}$.

Задача №9. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y=(\arcsin x)^{e^x}$; 2) $y^2=x\cdot\sin y$; 3) $\begin{cases} x=\sin^2 t, \\ y=\dfrac{1}{\cos^2 t} \end{cases}$

Задача №10. Дана функция $y=f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2. Необходимо найти приближенное значение данной функции при $x=x_2$, используя ее значение при $x=x_1$ и заменяя приращение Δy функции $y=f(x)$ соответствующим дифференциалом dy:

1) $y=\sqrt[4]{x^3+6x-7}$; $x_1=4$; $x_2=4{,}06$; 2) $y=\operatorname{ctg}(x)$; $x_1=45^\circ$; $x_2=43^\circ$.

Задача №11. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

1) $y=\dfrac{4x^2}{x^2+3}$; 2) $y=(3-x)e^{x-2}$; 3) $y=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{x^2}{2}-2x+3$.

Задача №12. Используя методы дифференциального вычисления, решить следующие физические задачи:

1. При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\dfrac{t}{t+k}\right)$-ю часть курса и забывает $(\alpha\cdot t)$-ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что $k=1/2$ $\alpha=2/169$.

2. Тело массой $m_0=3000\,\hat{e}\tilde{a}$ падает из высоты H метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k=100\,\hat{e}\tilde{a}/\tilde{n}$. Считая, что начальная скорость $V_0=0$, ускорение $g=10\,\grave{\imath}\,/\tilde{n}$, найти наибольшую кинетическую энергию тела. Решить задачу при условии, что $H=845\,\grave{\imath}$.

Вариант №5 контрольной работы №1

Задача №1. Даны координаты вершин треугольника ABC:

$$A(0;2);\ B(12;-7);\ C(16;15).$$

Необходимо найти:

1. длину стороны AB;
2. уравнение сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
3. угол ψ между прямыми AB и BC в радианах;
4. уравнение высоты CD и ее длину;
5. уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD;
6. уравнение прямой L, которая проходит через точку K параллельно к стороне AB;
7. координаты точки $F(x_F, y_F)$, которая находится симметрично точке A относительно прямой CD.

Задача №2. Дано: точка $A(1;-1)$ и прямая $y=3$. Необходимо составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от заданной токи $A(x_A, y_A)$ и прямой $y=d$. Получено уравнение привести к простейшему виду и построить график кривой.

Задача №3. Заданы две системы линейных уравнений. Решить первую систему методом Крамера. Полученый при решении первой системы результат проверить с помощью метода обратной матрицы. Вторую систему решить с помощью метода Гаусса.

1. $\begin{cases} 3x_1+1x_2-3x_3=30, \\ 1x_1-3x_2+1x_3=12, \\ 2x_1+2x_2-3x_3=21 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 2x_1+2x_2-1x_3=0, \\ 1x_1+2x_2-1x_3=2, \\ 3x_1+4x_2-2x_3=2 \end{cases}$

Задача №4. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(-1;1;-5),\ B(3;5;-7),\ C(1;12;-15),\ D(-1;3;-4).$$

Необходимо:

1. Записать векторы $\overline{AB}, \overline{AC}$, $\overline{AD}$ в ортонормальной системе $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ и найти модули этих векторов.
2. Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.

3. Найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.
4. Вычислить площадь грани ABC.
5. Найти объем пирамиды $ABCD$.

Задача №5. Даны координаты четырех точек:

$$A(1;-4;1),\ B(4;4;0),\ C(-1;2;-4),\ M(-9;7;8).$$

Необходимо:

1. Составить уравнение плоскости Q, которая проходит через точки A, B и C.
2. Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку M перпендикулярно к плоскости Q.
3. Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q и с координатными плоскостями XOY, XOZ. YOZ.
4. Найти расстояние от точки M к плоскости Q.

Задача №6. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4-2x^2+4}{x^5+2x+1}$;   2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+1}{2x^3+x+3}$;   3) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{2x^2+7x+3}{x^2-2x-15}$;

4) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-2x+1}{x^3-x}$;   5) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{\sqrt{x+10}-3}{x^2+x}$;   6) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x+5}-\sqrt{9-x}}{x-2}$;

7) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x\sin 2x}{1-\cos^2 2x}$ 8) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\cos x-\cos^3 x}{x\cdot\sin 2x}$;   9) $\lim\limits_{x\to0}(1-3x)^{\frac{2}{x}}$.

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-3}{x+1}\right)^{-2x}$.

Задача №7. Заданную функцию $y=f(x)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

1) $f(x)=1-5^{-\frac{1}{x^2}}$ 2) $f(x)=\begin{cases}2x, & \text{ÿêùî} \quad x\le 0\\ \ln x, & \text{ÿêùî} \quad 0<x\le e\\ 1, & \text{ÿêùî} \quad x>e\end{cases}$

Задача №8. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y=\dfrac{\left(1+x^8\right)\sqrt{1+x^8}}{12x^{12}}$; 2) $y=\ln\left(\sqrt{x}+\sqrt{x+1}\right)$;

3) $y=\dfrac{\cos(\sin 5)\cdot\sin^2 2x}{2\cos 4x}$; 4) $y=\arccos\dfrac{x^2-4}{\sqrt{x^2+16}}$.

Задача №9. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y=(\ln x)^{\left(e^x\right)}$; 2) $x^2+y^2+xy=0$; 3) $\begin{cases} x=\ln\left(t+\sqrt{t^2+1}\right), \\ y=t\cdot\sqrt{t^2+1} \end{cases}$

Задача №10. Дана функция $y=f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2. Необходимо найти приближенное значение данной функции при $x=x_2$, используя ее значение при $x=x_1$ и заменяя приращение Δy функции $y=f(x)$ соответствующим дифференциалом dy:

1) $y=\sqrt[3]{2x^2+2x+13}$; $x_1=-8$; $x_2=-7{,}85$; 2) $y=\sin(x)$; $x_1=30^\circ$; $x_2=27^\circ$.

Задача №11. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

1) $y=\dfrac{12x}{x^2+9}$; 2) $y=\dfrac{e^{2-x}}{2-x}$; 3) $y=\dfrac{x^3}{3}+x^2-3x-1$.

Задача №12. Используя методы дифференциального исчисления, решить следующие физические задачи:

1. При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\dfrac{t}{t+k}\right)$-ю часть курса и забывает $(\alpha\cdot t)$-ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что $k=1$ $\alpha=1/25$.

2. Тело массой $m_0=3000$ êã падает из высоты H метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k=100$ êã/ñ. Считая, что начальная скорость $V_0=0$, ускорение $g=10$ ì /ñ, найти наибольшую кинетическую энергию тела. Решить задачу при условии, что $H=980$ ì .

Вариант №6 контрольной работы №1

Задача №1. Даны координаты вершин треугольника ABC:

$$A(-9;6);\ B(3;-3);\ C(7;19).$$

Необходимо найти:

1. длину стороны AB;
2. уравнение сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
3. угол ψ между прямыми AB и BC в радианах;
4. уравнение высоты CD и ее длину;
5. уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD;
6. уравнение прямой L, которая проходит через точку K параллельно к стороне AB;
7. координаты точки $F(x_F, y_F)$, которая находится симметрично точке A относительно прямой CD.

Задача №2. Дано: точка $A(6;0)$, прямая $x=1{,}5$ и число $e=2$. Необходимо составить уравнение геометрического места точек, отношения расстояний которых к данной точке $A(x_A, y_A)$ и к данной прямой $x=d$ равняется $e=2$. Определить тип полученной кривой, ее фокусы, эксцентриситет и уравнение асимптот, построить график.

Задача №3. Заданы две системы линейных уравнений. Решить первую систему методом Крамера. Полученый при решении первой системы результат проверить с помощью метода обратной матрицы. Вторую систему решить с помощью метода Гаусса.

1. $\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 1x_3 = 37, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 10, \\ 1x_1 + 1x_2 - 2x_3 = 11 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 1x_1 - 1x_2 + 6x_3 = 5, \\ 2x_1 + 2x_2 + 12x_3 = 1, \\ 3x_1 + 1x_2 + 18x_3 = 6 \end{cases}$

Задача №4. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(-4;2;-1),\ B(0;6;-3),\ C(-2;13;-11),\ D(-4;4;0).$$

Необходимо:

1. Записать векторы $\overline{AB}, \overline{AC}$, $\overline{AD}$ в ортонормальной системе $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ и найти модули этих векторов.

2. Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.
3. Найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.
4. Вычислить площадь грани ABC.
5. Найти объем пирамиды $ABCD$.

Задача №5. Даны координаты четырех точек:

$$A(4;6;-1),\ B(7;2;4),\ C(-2;0;-4),\ M(3;1;-4).$$

Необходимо:

1. Составить уравнение плоскости Q, которая проходит через точки A, B и C.
2. Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку M перпендикулярно к плоскости Q.
3. Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q и с координатными плоскостями $XOY\ XOZ\ YOZ$.
4. Найти расстояние от точки M до плоскости Q.

Задача №6. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^3-3x^2+2}{2x^3+4x^2+x}$;
2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-3x^2+1}{2x^3-2x^2}$;
3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2x^2+x-3}{x^2+x-2}$;

4) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{5x^2+6x+1}{x^2-3x-4}$;
5) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-3x}{\sqrt{x+1}-2}$;
6) $\lim\limits_{x\to -7}\dfrac{\sqrt{11+x}-2}{x+7}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}5x}{\sin 2x}$
8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x}{\arcsin 12x}$;
9) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+12}{x}\right)^{3x+3}$.

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x-1}\right)^{2x}$.

Задача №7. Заданную функцию $y=f(x)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

1) $f(x)=\dfrac{1}{1+e^{\frac{1}{1+x}}}$

2) $f(x)=\begin{cases}-2x, & \text{ÿêùî} \quad x\le 0\\ -\ln x, & \text{ÿêùî} \quad 0<x\le e\\ -1, & \text{ÿêùî} \quad x>e\end{cases}$

Задача №8. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y=\dfrac{x^2}{2\sqrt{1-3x^4}}$;   2) $y=\ln\left(\dfrac{1+x^2}{1-x^2}\right)$;

3) $y=\dfrac{\sin(\cos 5)\cdot\cos^2 2x}{4\sin 4x}$;   4) $y=\sqrt{\dfrac{2}{3}}\operatorname{arctg}\dfrac{3x-1}{\sqrt{6x}}$.

Задача №9. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y=x^{\arcsin x}$;   2) $y+\sqrt{x}\ln y=1$;   3) $\begin{cases} x=\sqrt{2t-t^2}, \\ y=\arcsin(t-1) \end{cases}$

Задача №10. Дана функция $y=f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2. Необходимо найти приближенное значение данной функции при $x=x_2$, используя ее значение при $x=x_1$ и заменяя приращение Δy функции $y=f(x)$ соответствующим дифференциалом dy:

1) $y=\sqrt{3x^2-5x-2}$; $x_1=9$; $x_2=9{,}08$;   2) $y=\cos(x)$; $x_1=60^\circ$; $x_2=59^\circ$.

Задача №11. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

1) $y=\dfrac{x^2-3x+3}{x-1}$;   2) $y=e^{\frac{1}{x}}+x$;   3) $y=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{3}{2}x^2-4x+8$.

Задача №12. Используя методы дифференциального исчисления, решить следующие физические задачи:

1. При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\dfrac{t}{t+k}\right)$-ю часть курса и забывает $(\alpha\cdot t)$-ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что $k=1$ $\alpha=1/16$.

2. Тело массой $m_0=3000$ êã падает из высоты H метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k=100$ êã/ñ. Считая, что начальная скорость $V_0=0$, ускорение $g=10$ ì /ñ, найти наибольшую кинетическую энергию тела. Решить задачу при условии, что $H=1125$ ì .

Вариант №7 контрольной работы №1

Задача №1. Даны координаты вершин треугольника ABC:

$$A(1;0);\ B(13;-9);\ C(17;13).$$

Необходимо найти:

1. длину стороны AB;
2. уравнение сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
3. угол ψ между прямыми AB и BC в радианах;
4. уравнение высоты CD и ее длину;
5. уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD;
6. уравнение прямой L, которая проходит через точку K параллельно к стороне AB;
7. координаты точки $F(x_F, y_F)$, которая находится симметрично точке A относительно прямой CD.

Задача №2. Дано: точка $A(3;0)$, прямая $x=\dfrac{4}{3}$ и число $e=1{,}5$. Необходимо составить уравнение геометрического места точек, отношения расстояний которых к данной точке $A(x_A, y_A)$ и к данной прямой $x=d$ равняется $e=1{,}5$. Определить тип полученной кривой, ее фокусы, эксцентриситет и уравнение асимптот, построить график.

Задача №3. Заданы две системы линейных уравнений. Решить первую систему методом Крамера. Полученный при решении первой системы результат проверить с помощью метода обратной матрицы. Вторую систему решить с помощью метода Гаусса.

1. $\begin{cases} 5x_1 - 1x_2 + 1x_3 = 22, \\ 2x_1 + 3x_2 - 1x_3 = 25, \\ 1x_1 + 2x_2 + 1x_3 = 20 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 2x_1 + 1x_2 - 3x_3 = -5, \\ 1x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -1, \\ 3x_1 + 4x_2 - 5x_3 = -6 \end{cases}$

Задача №4. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(0;4;3),\ B(4;8;1),\ C(2;15;-7),\ D(0;6;4).$$

Необходимо:

1. Записать векторы $\overline{AB}, \overline{AC}$, $\overline{AD}$ в ортонормальной системе $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ и найти модули этих векторов.

2. Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.
3. Найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.
4. Вычислить площадь грани ABC.
5. Найти объем пирамиды $ABCD$.

Задача №5. Даны координаты четырех точек:

$$A(0;6;-5),\ B(8;2;5),\ C(2;6;-3),\ M(5;0;-6).$$

Необходимо:

1. Составить уравнение плоскости Q, которая проходит через точки A, B и C.
2. Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку M перпендикулярно к плоскости Q.
3. Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q и с координатными плоскостями XOY, XOZ, YOZ.
4. Найти расстояние от точки M до плоскости Q.

Задача №6. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-3x^2+2x}{3x^3+6x^2+2}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^4+x+4}{3x^4+x^3+2}$; 3) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-8}{3x^2-7x+2}$;

4) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x^2+10x+12}{-2x^2+x+21}$; 5) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x+5}-3}{x^2-4x}$; 6) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-25}{2-\sqrt{x-1}}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 8x}{3x\sin 4x}$ 8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arctg} 2x}{2\sin 3x}$; 9) $\lim\limits_{x\to 0}(1+2\operatorname{tg} x)^{\operatorname{ctg} x}$.

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{7}{x}\right)^{4x}$.

Задача №7. Заданную функцию $y=f(x)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

1) $f(x)=e^{\frac{2}{x+5}}$ 2) $f(x)=\begin{cases} x+3, & \text{åñëè}\ \ x\le -1 \\ 2x^2, & \text{åñëè}\ \ -1<x\le 1 \\ 3, & \text{åñëè}\ \ x>1 \end{cases}$

Задача №8. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y = \dfrac{(x^2-6)\sqrt{(4+x^2)^3}}{120x^5}$; 2) $y = \dfrac{1}{2}\ln(e^{2x}+1) - 2\,\mathrm{arctg}(e^x)$;

3) $y = \dfrac{\cos(\ln 5)\cdot \sin^2 7x}{7\cos 14x}$; 4) $y = 2\arcsin\dfrac{2}{3x+4} + \sqrt{9x^2+24x+12}$.

Задача №9. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y = (\mathrm{ctg}\,3x)^{2e^x}$; 2) $y + \sqrt{x}\ln y = 1$; 3) $\begin{cases} x = \mathrm{ctg}(2e^t), \\ y = \ln(tg(e^t)) \end{cases}$

Задача №10. Дана функция $y = f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2. Необходимо найти приближенное значение данной функции при $x = x_2$, используя ее значение при $x = x_1$ и заменяя приращение Δy функции $y = f(x)$ соответствующим дифференциалом dy:

1) $y = \sqrt[4]{5x^4+2x-3}$; $x_1 = 2$; $x_2 = 1{,}92$; 2) $y = \mathrm{tg}(x)$; $x_1 = 45^\circ$; $x_2 = 43^\circ$.

Задача №11. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

1) $y = \dfrac{4-x^3}{x^2}$; 2) $y = xe^{2x}$; 3) $y = 10 + \dfrac{5}{2}x - x^2 - \dfrac{x^3}{6}$.

Задача №12. Используя методы дифференциального исчисления, решить следующие физические задачи:

1. При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\dfrac{t}{t+k}\right)$-ю часть курса и забывает $(\alpha \cdot t)$-ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что $k = 1$ $\alpha = 1/36$.

2. Тело массой $m_0 = 3000\,\hat{e}\tilde{a}$ падает из высоты H метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k = 100\,\hat{e}\tilde{a}/\tilde{n}$. Считая, что начальная скорость $V_0 = 0$, ускорение $g = 10\,\grave{\imath}\;/\tilde{n}$, найти наибольшую кинетическую энергию тела. Решить задачу при условии, что $H = 1280\,\grave{\imath}$.

Вариант №8 контрольной работы №1

Задача №1. Даны координаты вершин треугольника ABC:

$$A(-4;10);\ B(8;1);\ C(12;23).$$

Необходимо найти:

1. длину стороны AB;
2. уравнение сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
3. угол ψ между прямыми AB и BC в радианах;
4. уравнение высоты CD и ее длину;
5. уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD;
6. уравнение прямой L, которая проходит через точку K параллельно к стороне AB;
7. координаты точки $F(x_F, y_F)$, которая находится симметрично точке A относительно прямой CD.

Задача №2. Дано: точка $A(10;0)$, прямая $x = 2{,}5$ и число $e = 2$. Необходимо составить уравнение геометрического места точек, отношения расстояний которых к данной точке $A(x_A, y_A)$ и к данной прямой $x = d$ равняется $e = 2$. Определить тип полученной кривой, ее фокусы, эксцентриситет и уравнение асимптот, построить график.

Задача №3. Заданы две системы линейных уравнений. Решить первую систему методом Крамера. Полученый при решении первой системы результат проверить с помощью метода обратной матрицы. Вторую систему решить с помощью метода Гаусса.

1. $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 1x_3 = 2, \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -4, \\ 1x_1 - 3x_2 - 2x_3 = 26 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 2x_1 - 1x_2 + 1x_3 = 2, \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1, \\ 4x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases}$

Задача №4. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(-2;0;-2),\ B(2;4;-4),\ C(0;11;-12),\ D(-2;2;-1).$$

Необходимо:

1. Записать векторы $\overline{AB}, \overline{AC}$, $\overline{AD}$ в ортонормальной системе $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ и найти модули этих векторов.

2. Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.
3. Найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.
4. Вычислить площадь грани ABC.
5. Найти объем пирамиды $ABCD$.

Задача №5. Даны координаты четырех точек:

$$A(-2;4;-6),\ B(0;-6;1),\ C(4;2;1),\ M(7;-1;-8).$$

Необходимо:

1. Составить уравнение плоскости Q, которая проходит через точки A, B и C.
2. Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку M перпендикулярно к плоскости Q.
3. Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q и с координатными плоскостями XOY, XOZ, YOZ.
4. Найти расстояние от точки M до плоскости Q.

Задача №6. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2-3x+7}{x^3+2x^2+5}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+2x+2}{x^2+1}$; 3) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4x^2-5x+1}{x^2+3x-4}$;

4) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x^2+5x-33}{2x^2-5x-3}$; 5) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+2x}{\sqrt{7-x}-3}$; 6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{3-x}-\sqrt{3}}{x}$;

7) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\operatorname{tg}5x}{1-\cos^2 5x}$ 8) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}x-\sin x}{x^3}$; 9) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{10}{x}\right)^{5x}$.

10) $\lim\limits_{x\to 0}(1+2\operatorname{tg}x)^{\operatorname{ctg}x}$.

Задача №7. Заданную функцию $y=f(x)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

1) $f(x)=10^{-\frac{1}{x^2}}$

2) $f(x)=\begin{cases}-x, & \text{åñëè}\ \ x<0\\ \sin x, & \text{åñëè}\ \ 0\le x\le\dfrac{\pi}{2}\\ x-\dfrac{\pi}{2}, & \text{åñëè}\ \ x>\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$

Задача №8. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y = \dfrac{(x^2-8)\sqrt{x^2-8}}{6x^3}$; 2) $y = \ln(e^x+1) + \dfrac{18e^{2x}+27e^x+11}{6(e^x+1)^3}$;

3) $y = \cos(\mathrm{ctg}\,2) - \dfrac{1}{16}\cdot\dfrac{\cos^2 8x}{\sin 16x}$; 4) $y = \ln^3(1+\cos x) + \sqrt{9x^2+24x+12}$.

Задача №9. Найти первую производную y'_x данных функций:

1) $y = (\mathrm{tg}\,x)^{\mathrm{tg}\,x}$; 2) $e^{xy} + \sqrt[3]{3x} + 4 = 0$; 3) $\begin{cases} x = \ln(\mathrm{ctg}\,x), \\ y = \dfrac{1}{\cos^2 x} \end{cases}$

Задача №10. Дана функция $y = f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2. Необходимо найти приближенное значение данной функции при $x = x_2$, используя ее значение при $x = x_1$ и заменяя приращение Δy функции $y = f(x)$ соответствующим дифференциалом dy:

1) $y = \sqrt{3x^2-6x-5}$; $x_1 = 7$; $x_2 = 7{,}05$; 2) $y = \sin(x)$; $x_1 = 30^\circ$; $x_2 = 33^\circ$.

Задача №11. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

1) $y = \dfrac{x^2-4x+1}{x-4}$; 2) $y = (x-5)e^{-2x}$; 3) $y = \dfrac{x^3}{3} - 4x + 5$.

Задача №12. Используя методы дифференциального исчисления, решить следующие физические задачи:

1. При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\dfrac{t}{t+k}\right)$-ю часть курса и забывает $(\alpha \cdot t)$-ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что $k = 1\ \alpha = 1/49$.

2. Тело массой $m_0 = 3000$ êã падает из высоты H метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k = 100$ êã/ñ. Считая, что начальная скорость $V_0 = 0$, ускорение $g = 10$ ì /ñ, найти наибольшую кинетическую энергию тела. Решить задачу при условии, что $H = 1445$ ì .

Вариант №9 контрольной работы №1

Задача №1. Даны координаты вершин треугольника ABC:

$$A(2;5);\ B(14;-4);\ C(18;18).$$

Необходимо найти:

1. длину стороны AB;
2. уравнение сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
3. угол ψ между прямыми AB и BC в радианах;
4. уравнение высоты CD и ее длину;
5. уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD;
6. уравнение прямой L, которая проходит через точку K параллельно к стороне AB;
7. координаты точки $F(x_F, y_F)$, которая находится симметрично точке A относительно прямой CD.

Задача №2. Дано: точка $A(2;0)$, прямая $x = 4{,}5$ и число $e = \frac{2}{3}$. Необходимо составить уравнение геометрического места точек, отношения расстояний которых к данной точке $A(x_A, y_A)$ и к данной прямой $x = d$ равняется $e = \frac{2}{3}$. Определить тип полученной кривой, ее фокусы, эксцентриситет и уравнение асимптот, построить график.

Задача №3. Заданы две системы линейных уравнений. Решить первую систему методом Крамера. Полученный при решении первой системы результат проверить с помощью метода обратной матрицы. Вторую систему решить с помощью метода Гаусса.

1. $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 1x_3 = 31, \\ 1x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 24, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 = 43 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 1, \\ 1x_1 - 2x_2 + 1x_3 = 3, \\ 5x_1 - 4x_2 + 4x_3 = 4 \end{cases}$

Задача №4. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(-3;3;-3),\ B(7;7;-5),\ C(5;14;-13),\ D(3;5;-2).$$

Необходимо:

1. Записать векторы $\overline{AB}, \overline{AC}$, $\overline{AD}$ в ортонормальной системе $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ и найти модули этих векторов.

2. Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.
3. Найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.
4. Вычислить площадь грани ABC.
5. Найти объем пирамиды $ABCD$.

Задача №5. Даны координаты четырех точек:

$$A(-4;-2;-5),\ B(1;8;-5),\ C(0;4;-4),\ M(9;-2;-10).$$

Необходимо:

1. Составить уравнение плоскости Q, которая проходит через точки A, B и C.
2. Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку M перпендикулярно к плоскости Q.
3. Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q и с координатными плоскостями $XOY\ XOZ\ YOZ$.
4. Найти расстояние от точки M до плоскости Q.

Задача №6. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3-2x^2+4}{x^4+3x^2+x}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4+2x}{x^4+x^2+3}$; 3) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{5x^2+7x-6}{x^2+3x+2}$;

4) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-2x}{x^2-4x+4}$; 5) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{\sqrt{10-2x}-4}{x^2+3x}$; 6) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x-2}-1}$;

7) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 5x}{\operatorname{tg}5x}$ 8) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos^2 3x}{9x^2}$; 9) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x^3}\right)^{x^3}$.

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+6}{x+2}\right)^{3x-6}$.

Задача №7. Заданную функцию $y=f(x)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

1) $f(x)=1+2^{\frac{1}{3+x}}$

2) $f(x)=\begin{cases}2, & \text{åñëè}\ \ x<-\dfrac{\pi}{2}\\ 2\cos x, & \text{åñëè}\ \ -\dfrac{\pi}{2}\le x<\dfrac{\pi}{2}\\ x-\dfrac{\pi}{2}, & \text{åñëè}\ \ x\ge\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$

Задача №8. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y=\dfrac{4+3x^2}{x\cdot\sqrt[3]{\left(2+x^3\right)^2}}$; 2) $y=y=\ln^3\left(1+\cos x\right)+\dfrac{27e^x+11}{6\left(e^x+1\right)^3}$;

3) $y=\cos\left(\operatorname{ctg}2\right)-\dfrac{1}{16}\cdot\dfrac{\cos^2 8x}{\sin 16x}$; 4) $y=\dfrac{(x-4)\sqrt{8x-x^2-7}}{2}-9\arccos\sqrt{\dfrac{x-1}{6}}$.

Задача №9. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y=\left(\cos x\right)^{\operatorname{tg}x}$; 2) $\operatorname{tg}\left(y-2x\right)+2x=10y$; 3) $\begin{cases} x=\operatorname{arctg}\left(e^{t/2}\right), \\ y=\sqrt{e^t+1} \end{cases}$

Задача №10. Дана функция $y=f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2. Необходимо найти приближенное значение данной функции при $x=x_2$, используя ее значение при $x=x_1$ и заменяя приращение Δy функции $y=f(x)$ соответствующим дифференциалом dy:

1) $y=\sqrt[3]{x^3+3x+8}$; $x_1=-4$; $x_2=-4{,}03$; 2) $y=\sin(x)$; $x_1=30^\circ$; $x_2=33^\circ$.

Задача №11. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

1) $y=\dfrac{2x^3+1}{x^2}$; 2) $y=(x+2)e^{-x}$; 3) $y=\dfrac{x^3}{3}-2x+3$.

Задача №12. Используя методы дифференциального исчисления, решить следующие физические задачи:

1. При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\dfrac{t}{t+k}\right)$-ю часть курса и забывает $(\alpha\cdot t)$-ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что $k=1\ \alpha=1/49$.

2. Тело массой $m_0=3000\,\hat{e}\tilde{a}$ падает из высоты H метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k=100\,\hat{e}\tilde{a}/\tilde{n}$. Считая, что начальная скорость $V_0=0$, ускорение $g=10\,\grave{i}\ /\tilde{n}$, найти наибольшую кинетическую энергию тела. Решить задачу при условии, что $H=1620\,\grave{i}$.

Вариант №10 контрольной работы №1

Задача №1. Даны координаты вершин треугольника ABC:

$$A(-1;4);\ B(11;-5);\ C(15;17).$$

Необходимо найти:

1. длину стороны AB;
2. уравнение сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
3. угол ψ между прямыми AB и BC в радианах;
4. уравнение высоты CD и ее длину;
5. уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD;
6. уравнение прямой L, которая проходит через точку K параллельно к стороне AB;
7. координаты точки $F(x_F, y_F)$, которая находится симметрично точке A относительно прямой CD.

Задача №2. Дано: точка $A(3;0)$, прямая $x=12$ и число $e=\frac{1}{2}$. Необходимо составить уравнение геометрического места точек, отношения расстояний которых к данной точке $A(x_A, y_A)$ и к данной прямой $x=d$ равняется $e=\frac{1}{2}$. Определить тип полученной кривой, ее фокусы, эксцентриситет и уравнение асимптот, построить график.

Задача №3. Заданы две системы линейных уравнений. Решить первую систему методом Крамера. Полученный при решении первой системы результат проверить с помощью метода обратной матрицы. Вторую систему решить с помощью метода Гаусса.

1. $\begin{cases} 7x_1-5x_2-1x_3=106, \\ 1x_1-6x_2+3x_3=88, \\ 2x_1-3x_2+1x_3=53 \end{cases}$

2. $\begin{cases} 3x_1-1x_2+2x_3=3, \\ 1x_1-3x_2+3x_3=-1, \\ 4x_1-4x_2+5x_3=2 \end{cases}$

Задача №4. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(4;-2;5),\ B(8;2;3),\ C(6;9;-5),\ D(4;0;6).$$

Необходимо:

1. Записать векторы $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ в ортонормальной системе $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ и найти модули этих векторов.

2. Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.
3. Найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.
4. Вычислить площадь грани ABC.
5. Найти объем пирамиды $ABCD$.

Задача №5. Даны координаты четырех точек:

$$A(3;4;-1),\ B(2;-4;2),\ C(5;6;0),\ M(11;-3;-12).$$

Необходимо:

1. Составить уравнение плоскости Q, которая проходит через точки A, B и C.
2. Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку M перпендикулярно к плоскости Q.
3. Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q и с координатными плоскостями XOY, XOZ, YOZ.
4. Найти расстояние от точки M к плоскости Q.

Задача №6. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^4+5x^2+1}{3x^4-2x^3+4x}$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^5+x^3+x+5}{2x^4+x^2+3}$; 3) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2-2x-3}{3x^2-8x-3}$;

4) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{3x^2+2x-1}{x^2+3x+2}$; 5) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-4}{\sqrt{2x+5}-3}$; 6) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x^3-1}$;

7) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos 2x}{x\sin 2x}$ 8) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x\cdot\arcsin 4x}{1-\cos^2 x}$; 9) $\lim\limits_{x\to0}(1+2x^2)^{\frac{3}{x^2}}$.

10) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x^3}\right)^{x^3}$.

Задача №7. Заданную функцию $y=f(x)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

1) $f(x)=\dfrac{2}{1+3^{\frac{1}{1-x}}}$

2) $f(x)=\begin{cases}2x, & \text{åñëè } x<-1\\ 1-x^2, & \text{åñëè } -1\le x<0\\ x+1, & \text{åñëè } x\ge 0\end{cases}$

Задача №8. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y=\sqrt[3]{\dfrac{\left(1+\sqrt[4]{x^3}\right)^2}{\sqrt{x^3}}}$; 2) $y=\dfrac{x^3}{3}\arccos x-\dfrac{2+x^2}{9}\sqrt{1-x^2}$;

3) $y=\sqrt{\operatorname{ctg} 2}-\dfrac{1}{20}\dfrac{\cos^2 10x}{\sin 20x}$; 4) $y=\ln\left(\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{x}{2}\right)\right)-\arccos\sqrt{\dfrac{x-1}{6}}$.

Задача №9. Найти первую производную y'_x заданных функций:

1) $y=(\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} x}$; 2) $2^y-2^{x+e}+3=0$; 3) $\begin{cases} x=\ln\sqrt{\dfrac{1-t}{1+t}}, \\ y=\sqrt{1-t^2} \end{cases}$

Задача №10. Дана функция $y=f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2. Необходимо найти приближенное значение данной функции при $x=x_2$, используя ее значение при $x=x_1$ и заменяя приращение Δy функции $y=f(x)$ соответствующим дифференциалом dy:

1) $y=\sqrt[4]{8x^2+6x-9}$; $x_1=3$; $x_2=2{,}88$; 2) $y=\operatorname{ctg}(x)$; $x_1=45^\circ$; $x_2=47^\circ$.

Задача №11. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

1) $y=\dfrac{(x-1)^2}{x^2}$; 2) $y=e^{\frac{1}{x}}+x$; 3) $y=\dfrac{9}{2}x-\dfrac{x^3}{6}$.

Задача №12. Используя методы дифференциального вычисления, решить следующие физические задачи:

1. При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\dfrac{t}{t+k}\right)$-ю часть курса и забывает $(\alpha\cdot t)$-ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что $k=2$ $\alpha=1/49$.

2. Тело массой $m_0=3000$ êã падает из высоты H метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k=100$ êã/ñ. Считая, что начальная скорость $V_0=0$, ускорение $g=10$ ì /ñ, найти наибольшую кинетическую энергию тела. Решить задачу при условии, что $H=1805$ ì .